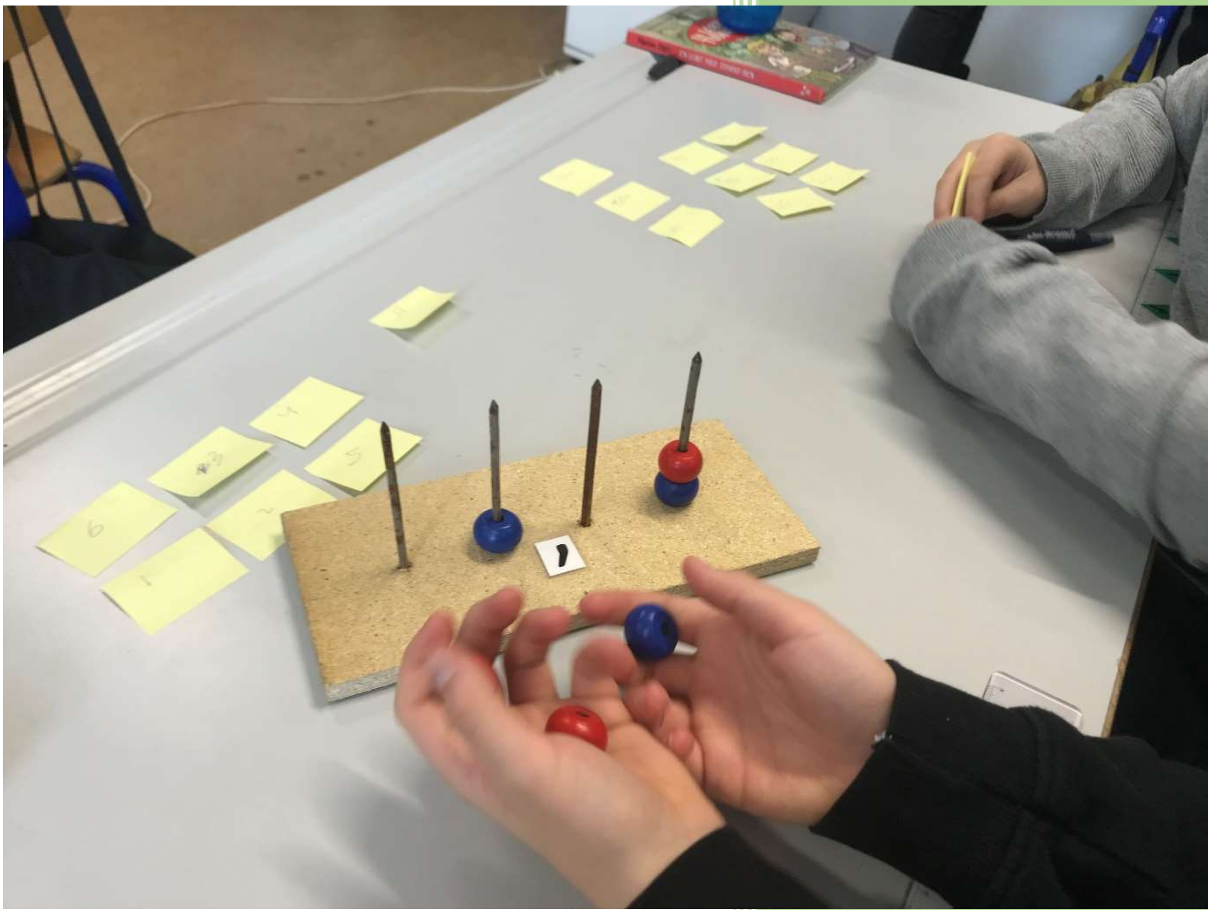
Undersøgende matematik



PD-afgangsprojekt med retningen matematikvejleder

Louise Østengaard (vap640368) &
Nita Christensen (vap640369)
Vejleder: Mette Strandgård Christensen

Indhold

Indledning

Nita & Louise

Vi, Louise og Nita, arbejder på Hotherskolen, en folkeskole med ca 500 elever.
Vi har begge ca. 15 års erfaring.

Hidtil har der ikke været tilknyttet matematikvejledere på skolen, og derfor er der ikke en beskrivelse eller tradition omkring matematikvejledning. Samtidig er skolen pt under ombygning, og vi har derfor mulighed for at kunne skabe *helt* nye rammer både i forhold til struktur, kultur og fysiske rammer.

Arbejdet med undersøgende matematik finder vi relevant, eftersom det p.t har både politikere og lektorers/professorers opmærksomhed. I et brev til skolerne angående de kommende afgangsprøver lægges der op til at opgaver af mere undersøgende karakter kan forekomme. *"fra december 2018 kunne forekomme opgaver, som i lidt højere grad indebærer, at eleverne arbejder undersøgende og eksperimenterende "* (FP nyt nummer 2, 2018).

IT´s mere fremtrædende rolle gør det samtidig muligt at lave undersøgelser, som det ikke praktisk/tidsmæssigt kunne lade sig gøre at lave tidligere. I en spørgeskemaundersøgelse blandt vores kollegaer har vi fundet ud af, at det de efterspørger bla. er hjælp til inddragelse af IT, undervisningsdifferentiering og anderledes aktiviteter. Vi vil gerne undersøge, hvordan vi med udgangspunkt i undersøgende matematik kan tilgodese vores kollegers ønsker, med det formål for øje at vi højner kvaliteten af matematikundervisningen på skolen. Med begrundelse i fagets formål synes den undersøgende matematik at passe ind, idet der står:

> *"Eleverne skal i faget matematik udvikle matematiske kompetencer og opnå færdigheder og viden, således at de kan begå sig hensigtsmæssigt i matematikrelaterede situationer i deres aktuelle og fremtidige daglig-, fritids-, uddannelses-, arbejds- og samfundsliv.*
> ***Stk. 2.** Elevernes læring skal baseres på, at de selvstændigt og gennem dialog og samarbejde med andre kan erfare, at matematik fordrer og fremmer kreativ virksomhed, og at matematik rummer redskaber til problemløsning, argumentation og kommunikation.*
> ***Stk. 3**. Faget matematik skal medvirke til, at eleverne oplever og erkender matematikkens rolle i en historisk, kulturel og samfundsmæssig sammenhæng, og at eleverne kan forholde sig vurderende til matematikkens anvendelse med henblik på at tage ansvar og øve indflydelse i et demokratisk fællesskab."*

(Formålet for faget matematik)

Undersøgende matematik kan bidrage til at opfylde fagets formål, idet det beskrives i KiDM-projektet at: *"Den internationale forskningslitteratur peger dog på, at spørgsmål omkring problemløsning, problemformulering, kreativitet og matematisk modellering ofte er i spil, når der arbejdes undersøgende" (*KiDM (2017), s. 9).

Fokus på den undersøgende matematikundervisning ses ikke kun fra undervisningsministeriets side. I fagbladet Folkeskolen har der bl.a. været en artikel om forskningsprojektet KiDM (Lauritsen, Helle (2018)), hvor der i matematikdelen har været arbejdet med undersøgende matematik. I samme fagblad kunne man i 2013 læse, at modtageren af prisen for årets bedste bachelorprojekt havde skrevet om "Inquiry based learning". Af nyere artikler kan nævnes *"Når matematik er sjovt og undersøgende*" (Folkeskolen (2019)). Med henvisning til KiDM-projektet har Alinea i 2019 udsendt to artikler i hæftet "Vild med matematik" under overskrifterne *"Mindre træning mere grubleri"* samt *"Hvor mange bøger er der på skolebiblioteket?"* (Alinea (2019)).

Som kommende vejledere er det vores opgave at holde os opdateret på nye tiltag, og vi vil gerne sikre os, at vejledningen af vores kollegaer kan bruges direkte i undervisningen. Vi vil gerne sætte et tilbud sammen, som er nemt for lærerne at gå til, og som virker indbydende, så vi kommer i dialog med så mange matematiklærere som muligt.

Vi vil derfor gerne se nærmere på hvilke legitime begrundelser, der er for det undersøgende arbejde i matematikundervisningen.

Nita & Louise

Problemformulering

Hvordan kan en mere undersøgende matematikundervisning implementeres på skolen og hvorfor er det vigtigt?

Metode

Louise

Vores empiri er indsamlet både ved hjælp af kvantitative og kvalitative metoder. Vi startede med at lavet et spørgeskema (se bilag 1) til vores kollegaer, for at undersøge hvilke forventninger de har til vores kommende rolle som matematikvejledere. Spørgeskemaet består hovedsageligt af åbne spørgsmål, så der er mulighed for at komme med uddybende svar. Der blev udleveret 13 spørgeskemaer og 10 kollegaer har valgt at svare, hvilket giver os en høj reliabilitet.

Nita

Dernæst har vi valgt at lave et undervisningsforløb i en 5. kl. Forløbet strakte sig over 3 undervisningsgange af 2-3 lektioners varighed. Første og anden undervisningsgang blev fulgt op af et semistruktureret interview (Brinkmann, Svend og Tanggaard, Lene (2010)) med hver 3 elever. De blev interviewede en ad gangen. Første gang interviewet vi dem selv, mens vi anden gang lod deres egen lærer stå for interviewet. Dette gjorde vi, for ikke at præge dem til at sige, det de mente, vi gerne ville høre, men derved give dem en mulighed for at komme med deres uforbeholdne mening. Forældrene til klassen var på forhånd gjort bekendt med undervisningsforløbet, samt at nogle af eleverne ville blive interviewet bagefter. Interviewguiderne er vedlagt som bilag 2 og 3.

Louise

Efter hele undervisningsforløbet lavede vi også et interview med klassens matematiklærer.

Opgaven indeholder et teoriafsnit hvori relevant forskning og teoretikere præsenteres, dernæst en beskrivelse af vores empiri efterfulgt af analysen, hvor i teorien og empirien bringes i spil. Endelig vil vi beskrive, hvordan vi som vejledere vil forsøge at opbygge en vejledningskultur for matematikfaget.

Teori

Nita

Vores teoriafsnit præsenterer først forskellige teoretikeres beskrivelse af undersøgende matematik, og deres inddeling af forskellige opgavetyper. Den didaktiske kontrakt, kommunikationsformen, matematiske pointer samt IT vil hver især blive belyst, da de spiller en særlig og fremtrædende rolle i forhold til det undersøgende arbejde. Slutteligt beskrives kendte problematikker i forbindelse med implementeringen, som er påpeget af de teoretikere, vi også benytter i beskrivelsen af den undersøgende matematik.

Hvad er undersøgende matematik

Louise

Da der ikke er en definition af undersøgende matematik, der er enighed om, har vi valgt at give forskellige teoretikeres bud på dette, herunder John Dewey, Morten Blomhøj, Ole Skovsmose og Pernille Pind.

Grundtanken bag undersøgende matematik stammer tilbage fra filosoffen John Dewey, der tager udgangspunkt i en naturfilosofisk holdning. Han mener, at bevidstheden er knyttet til mennesket, og da mennesket er en biologisk organisme, er den en del af naturen. Vores erfaringer dannes derfor i samspil med vores omgivelser og i en proces, der både rækker bagud mod tidligere erfaringer og fremad mod nye.

> *"Tænkningen træder derfor frem som en undersøgelse eller en udforskning, hvor man begynder med at danne sig et overblik over situationen og problemets karakter for derefter, i samspil med tidligere erfaringer, at forestille sig forskellige scenarier eller virkninger af forskellige handlemåder"* (Andersen, Bror Just)

Nita

Samme tankegang beskriver Pernille Pind i indledningen af sin bog "Åben og undersøgende matematik": "*problemer løses ved at angribe dem fra flere vinkler og i flere omgange*" (Pind, Pernille (2015) s. 7).

Ved undersøgende matematik skal eleverne igennem en refleksionsproces, hvor de bliver tvunget til at tage ejerskab til det matematiske problem. De må tage udgangspunkt i deres erfaringer, stille nye spørgsmål, overveje løsninger og prøve sig frem for at nærme sig en løsning eller et muligt svar.

Pind deler de åbne opgaver ind i 6 forskellige kategorier:

- Svaret er givet
- Manglende oplysninger
- Regnehistorier
- Undersøgelser
- Modellering
- Nye begreber

(Pind (2015), s. 9-12)

Vi anser Pinds åbne opgaver, som en vej ind i det undersøgende arbejde. Louise

Ved mange åbne opgaver er der utallige muligheder for resultater, derfor mener Pind, at det kan være nødvendigt at rammesætte mangfoldigheden af løsninger over for eleverne. Hun har derfor lavet en model, hvor det kræves at opgaven besvares med mindst 3 forskellige løsninger: *"En almindelig løsning, en vanskelig løsning og en smart løsning"* (Pind (2015), s. 35).

En almindelig løsning er den, alle vil kunne finde på. Der bruges f.eks pæne hele tal og få regnearter. Ved en vanskelig løsning skal eleven foretage nogle valg, der giver ham eller hende mere arbejde. Det må gerne blive lidt svært. Eleven vælger måske at bruge decimaltal og veksler imellem flere regnearter. En smart løsning kan være svær at finde på, men den skal være nem at regne ud, eller man skal måske slet ikke regne for at finde svaret, men man finder den generelle løsning f.eks. en ligning. Det er her, man prøver at finde den løsning, ingen andre har fundet, man forsøger at være genial. Pind understreger, at det ikke er læreren, der skal vurdere, om elevens løsning passer ind i den givne kategori, men at det er en struktur, der skal lære eleven at kigge på opgaverne fra flere forskellige vinkler (Pind (2015), s. 37).

Den nysgerrige situation eleverne sættes i ved undersøgende opgaver, kalder Ole Skovsmose *"Undersøgelseslandskabet"* (Skovsmose, Ole (2013), s. 147). Matematikundervisningen skal være præget af *"Hvad nu hvis…?"*og *"hvorfor nu det?"* (Skovsmose (2013), s. 147), så det er elevernes forundring, der bliver retningsledende for undervisningen. Nita

For at befinde sig i undersøgelseslandskabet mener Skovsmose ikke, at det er nok at opgaverne er åbne, da mange problemregningsopgaver er af denne karakter, og de hører til i opgaveparadigmet (Skovsmose (2013), s. 148). Skovsmose pointerer, at det karakteristiske ved netop undersøgelseslandskabet er, at der slet ikke er formuleret en opgave, men at det formes ved udfordrende spørgsmål, der kan være igangsat af læreren, der inviterer eleverne til at være undersøgende og udforskende.

Louise

Både i opgaveparadigmet og i undersøgelseslandskabe er det muligt at arbejde med 3 former for matematik - ”ren” matematik, ”semi-virkelighed” og ”realiteternes verden”. Disse muligheder giver 6 forskellige læringsmiljøer, som Skovsmose har samlet i en matrix (Skovsmose (2013), s. 149), der er udgangspunkt for denne model:

	Opgaveparadigmet	Undersøgelseslandskaber
”Ren” matematik	Træningsopgaver	Tallenes, mønstrene og strukturernes verden.
”semi”-virkelighed	Opgaver uden en ægte reference. Man forholder sig ikke til om det man regner på, kan passe i virkeligheden. (Opgaven er matematisk. Der regnes på A og B)	Opgaven har stadig ikke en ægte reference, men der givers mulighed for at undres og stille spørgsmål. (Taxi-geometri)
Reelle referencer	Reelle referencer, men opgaverne er struktureret og der vil være et facit.	Projektarbejdet - opgaverne kan tage mange drejninger ”Hvad nu hvis”…

Den bedste matematiklæring opnås ikke ved at forblive i ét af de 6 læringsmiljøer, mener Skovsmose, men ved en bevægelse mellem dem (Skovsmose (2013), s. 149). Blomhøj skriver, at *“udvikling af matematikundervisningens kvalitet drejer sig om at finde den rette balance og integration mellem undersøgende og formidlende arbejdsformer”* (Blomhøj, (2013), s. 172).

Et undersøgelsesforløb kan opdeles i tre faser ifølge Morten Blomhøj (Blomhøj (2016), s. 156). Som det første "iscenesættelsen" hvor læreren introducerer og igangsætter arbejdet. Det næste er selve arbejdet (aktivitet), hvor eleverne med forskellige frihedsgrader selv arbejder. Som det tredje opsamlingen og fællesgørelsen.

Nita

Dorte Moeskær Larsen og Bent Lindhardt beskriver fem forskellige typer af undersøgende tilgange, som kan bruges til at anskueliggøre en vej ind i det undersøgende arbejde, uden at risikoen for det komplicerede og uforudsigelige gør, at lærere undlader arbejdsformen (Larsen & Lindhardt (2019), s. 8).

Disse 5 aktivitetstyper kaldes

Louise

1) Opdagelsen. Her består det undersøgende i, at eleven selv skal nå frem til den eller de faglige pointer, *"i en form for erfarings- og eksperimenterende forløb"* (Larsen & Lindhardt (2019), s. 11). Opdagelsen beskrives som en aktivitet, hvor læreren er bekendt med alle faser.

2) Grubleren. Hensigten er at udvikle kreative og ræsonnerende evner. I forhold til i "Opdagelsen" er der flere løsningsmetoder i vejen frem mod et svar på undersøgelsen. (Larsen & Lindhardt (2019), s. 12).

3) Produktet. Her skal eleverne fremstille en form for produkt, som fungerer både æstetisk og funktionelt. Det undersøgende kommer til udtryk, når eleverne *"tager over"* (Larsen & Lindhardt (2019), s. 12) og gerne vil forbedre/forandre/personliggøre deres produkt.

4) Målingen. Her er udgangspunktet naturvidenskabeligt. Der måles eller tælles på noget, fx trafiktælling, måling af hvor hurtigt temperaturen falder fra kogepunktet til stuetemperatur, undersøgelse af skostørrelser.......Arbejdet bliver undersøgende, idet resultatet ikke er kendt på forhånd af hverken lærer eller elever (Larsen & Lindhardt (2019), s. 12).

Nita

5) Modelleringen. Her forholder eleverne sig til en problematik fra hverdagen, som skal afgrænses og blive til en matematisk model. Problemstillingen kan være kendt, men den er oftest så kompleks, at den kræver yderligere spørgsmål og undersøgelser (Larsen & Lindhardt (2019), s. 13).

Den didaktiske kontrakt

Louise

At arbejde undersøgende betyder, at der skal "genforhandles" en didaktisk kontrakt mellem elever og lærer. Har en elevgruppe/lærer hovedsageligt arbejdet i opgaveparadigmet, kan det virke utrygt at gå væk fra dette. For læreren kan det virke utrygt, at det ikke på forhånd er muligt helt at forudse, hvordan arbejdet kommer til at forløbe. For eleven kan det virke utrygt at der ikke er et rigtigt svar. Læreren skal finde en balance mellem at støtte eleverne uden at udlevere svar og løsninger (KiDM-6)[1]. Ansvaret for en del af arbejdet overdrages til eleven, og eleven skal påtage sig dette ansvar for, at der finder en læring sted. Eleverne skal kunne administrere den frihed der følger med, og der skal kunne arbejdes under disse rammer. Samtidig er der en kommunikation indbyrdes og med læreren, som er af en anden karakter end ved opgaveparadigmet. Der skal være plads og mod til at gøre nogle forsøg og evt. turde at fejle, inden man finder frem til en brugbar løsningsmetode.

Nita

Den didaktiske kontrakt rummer ifølge Carl Winsløw det paradoks, at læreren stiller eleven nogle spørgsmål/opgaver, som læreren selv kender et eller flere løsningsforslag til (Winsløw (2006), s. 146). Eleven skal derfor forpligte sig til at finde svar på en opgave selv, til trods for at spørgeren kender svaret. Et fundamentalt paradoks i forhold til den didaktiske kontrakt er, at kontrakten skal træde i baggrunden, når eleverne er i det, Winsløw kalder en adidaktisk situation (Winsløw (2006), s. 139/146). Dvs. at eleven ikke "bare skal gøre som læreren siger" men indse, at opgaven i sig selv kan være af en karakter, hvor et svar er mere rigtigt end et andet. De didaktiske og adidaktiske situationer, der foregår i en klasseundervisning, skildrer Winsløw i et skema efter Gry Brousseau (Winsløw (2006), s. 140).

	Lærerens rolle	Elevernes rolle	Miljø	Situation
Devolution	Igangsætte Afklare	Modtage og forstå opgave	Etableres	Didaktisk
Handling	Observere Reflektere	Handle Reflektere	Problemfelt Udforskningsfelt	Adidaktisk
Formulering	Organisere Spørge	Formulere Præcisere	Åben diskussion	Adidaktisk el. didaktisk
Validering	Lytte Evaluere	Argumentere Reflektere	Styret diskussion, bedømmelse	Normalt didaktisk
Institutiona-lisering	Præsentere Forklare	Lytte Reflektere	Institutionel viden	Didaktisk

Figur 1: Faser i det didaktiske spil (klasseundervisning)

[1] Når der refereres til KiDM, er det artikler skrevet af gruppen bag projektet, uden yderligere reference. Nr. Angiver hvilken artikel, der refereres til iflg. Litteraturlisten.

I skemaet beskrives læreren og elevens roller samt undervisningsmiljøet i forhold til undervisningens faser.

Louise

Nogle lærere/elever tilegner sig en didaktisk kontrakt, hvor læreren stiller en opgave, som eleven med sikkerhed kan løse, og eleven svarer. Nogle elever, der er vante til denne situation, vil opfatte det som et brud på den didaktiske kontrakt, hvis de stilles en opgave, de ikke umiddelbart kan løse. Faren for at havne i en sådan situation er eksempelvis til stede i opgaveparadigmet, når lærerens undervisning er bygget op over en præsentation af en metode efterfulgt af opgaver, hvor læreren demonstrerer metoden og eleverne hvorefter arbejder med tilsvarende opgaver. Winsløw slår dog fast, at en didaktisk kontrakt er nødvendig for, at undervisning og læring kan finde sted (Winsløw (2006), s. 150).

Ny kommunikation

Nita

Ved den undersøgende matematik er det en anden form for kommunikation der finder sted. Hvor en traditionel klasseundervisning kan føre til, at en elev besvarer et spørgsmål fra læreren og bruger så minimalt et antal ord som muligt, vil undersøgende matematik invitere til en anden form for dialog (KiDM-4).

I iscenesættelsen skal eleverne spores ind på det foreliggende arbejde, de skal ”inviteres” til selv at blive nysgerrige og byde ind med de forestillinger og ideer, de har på forhånd. Denne del er vigtig, for at eleverne er engagerede i forhold til det arbejde, de skal påbegynde. I aktivitetsfasen skal læreren bevidst gå efter at stille åbne spørgsmål, som ikke kræver et bestemt svar (KiDM-4). De gode spørgsmål lægger op til, at eleverne må undersøge noget nærmere, drøfte mulige svar eller metoder, og gøre brug af egne observationer.” Hvad nu hvis…”-spørgsmål, spørgsmål som initierer en sammenligning, eller sætter fokus på en problemløsningsmetode kunne være et bud.

Louise

Undervejs vil der også være en drøftelse mellem eleverne. Det kan være i forhold til at finde den bedste arbejdsmetode, det kan være en afklaring eller afgrænsning i forhold til opgaven eller eventuelt et bud på at formulere en regelmæssighed. Mulighederne er mange og ikke udtømt her.

Ved den afsluttende opsamling skal de matematiske pointer (beskrives i næste afsnit), som er fremkommet i de forskellige grupper deles med de øvrige elever i klassen. Læreren har

Nita

desuden et ansvar for, at forskellige løsningsstrategier præsenteres. Under hele processen skal dialogen være præget af respekt og anerkendelse overfor de løsningsmuligheder og mulige svar, der bliver budt ind med, for at sikre at eleverne forbliver engagerede og tør byde ind (KiDM-4). Dette perspektiv understøttes af Pind, hvor hun skriver, at den undersøgende arbejdsform stiller krav til klassekulturen.

> *"Den undersøgende arbejdsform fordrer samarbejde med åbenhed og rummelighed i undervisningssituationen. Lærere og elever skal kunne lytte til hinanden, arbejde videre på andres ideer, argumentere for og imod både andres og egne ideer."* (Pind (2015), s.6).

Det understøttes yderligere i forskningsprojektet KiDM, der beskriver, at en klassekultur der tillader både fejl og forskellige tilgange er central (KiDM (2017)). Læseplanen for matematik er bygget op om de matematiske kompetencer hvoraf modellering, problembehandling og ræsonnement fremhæves af KiDM. Der henvises til forløb gennemført med undersøgende matematik, hvori disse kompetencer bringes i spil.

Fagsproget skal naturligvis også understøttes, når der arbejdes undersøgende. En komplet sætning i matematisk fagsprog kan ifølge Winsløw både rumme almindelige ord, matematisk fagsprog, figurer og symboler. Sproget skal derfor også være en indføring i en fagsproglig kode (Winsløw (2006), s. 159). Louise

Matematiske pointer

En af vanskelighederne ved undersøgende arbejde er, at det *"ofte er gået hen og blevet noget flip"* (Pind (2015), s. 6). For at imødegå dette har vi haft fokus på, at matematiske pointer i undervisningen inddrages. Arne Mogensens definition på matematiske pointer er: *"En matematisk pointe er et udsagn, der udgør et klart afgrænset og betydende matematisk indhold eller resultat"* (Mogensen (2012), s. 42).

Han inddeler de pointer, som er relevante i forhold til folkeskolen i fire kategorier: Begrebsmæssige- og metodemæssige pointer, samt resultat- og fortolkningspointer. Nita

Vi har valgt at beskrive dem kort i et skema.

Begrebspointe: Et matematisk begreb er en pointe, hvis det er væsentligt, dvs. hvis det har eller kan forventes at få betydning, og hvis det også er klart afgrænset i definition gennem symboler eller anvendelser, hvad begrebet er, og hvad det ikke er.
Metodepointer: En matematisk metode er en matematisk pointe, hvis den er væsentlig, dvs. Har eller kan forventes at få betydning gennem mulig anvendelse, og når den klart anviser de trin, der skal til for at anvende den.
Resultatpointer: Et matematisk resultat er en matematisk pointe, hvis det er væsentligt pga. nødvendighed eller nytte i videre arbejde med matematik som en formel, en sætning eller en vigtig metode, og når dette resultat er klart beskrevet ved betingelser og kontekst.
Fortolkningspointer: En fortolkning er en matematisk pointe, hvis den er væsentlig, dvs. har eller kan forventes at få betydning som en vigtig model, et vigtigt resultat eller en sammenligning af repræsentationer - og når den tydeligt kobles til en kontekst.

(Mogensen (2012), s. 43-45)

Mogensen peger i hans undersøgelse på, at der har været en sammenhæng mellem at en linjefagsuddannet lærer med nogle års erfaring har flere pointer med i undervisningen end en ikke linjefagsuddannet. Louise

I forberedelsen af hvert undervisningsforløb har vi italesat de matematiske pointer, vi ønskede at eleverne skulle nå frem til.

IT

Undersøgende matematik kan understøtte en inddragelse af IT i undervisningen. Inddragelse af IT er også noget, som personalet på vores arbejdsplads gerne ser, at vejlederne tager hånd om. Dette er ikke kun et tilfælde på vores arbejdsplads men et generelt behov. Nita

> *"De har behov for at udvikle og udveksle viden og erfaringer i fælles refleksionsfora, hvor de sammen kan analysere, hvordan deres egen praksis ændres med brug af teknologi, og hvordan denne forandring får betydning for elevernes læreprocesser"* (Brok, Lene Storgaard, (2014), s. 31).

I den forbindelse er det naturligvis vigtigt, at IT implementeres, så eleverne ikke kun tilegner sig instrumentel forståelse men også en relationel forståelse. Det betyder, at arbejdet med

IT skal være orienteret mod en indsigt og viden og ikke udelukkende handling. Målet er at der opstår instrumentel genese (Dreyøe, Jonas (2018)). Det kan være ved eksempelvis at arbejde med opgaver, hvor IT giver mulighed for at konstruere geometriske konstruktioner og undersøge disse på meget kortere tid, end hvis eleverne skulle konstruere dem med blyant og papir. Eller hvor store datasæt gøres overskuelige og mulige at behandle på en meget mere konstruktiv måde end uden brug af IT. Morten Misfeldt skriver:

> *"I et dynamisk geometrisystem kan man lave matematiske konstruktioner som har teoretiske egenskaber, og som opfører sig matematisk. Med pen og papir kan man nemt "snyde" og overbevise sig selv om, at noget forholder sig på en bestemt måde, fordi papiret ikke gør modstand mod ens fejlslutninger. I et dynamisk geometrisystem laver man ikke tegninger, men matematiske konstruktioner, som har de samme egenskaber, selv om man ændrer på figurerne. Hvis man forlænger en af de linjer, man startede med, så følger hele konstruktionen med. Det giver mulighed for en mere legende og eksperimenterende omgang med matematikken."* (Misfeldt, Morten (2013), s.423)

Senere i samme artikel skrives det, at: *"Nyere systemer som fx GeoGebra og TI inspire, der blander en algebraisk (koordinatsystem) tankegang med en syntetisk (passer-lineal) geometrisk, tilbyder nogle problemløsningsstrategier som faktisk er helt nye"* (Misfeldt (2013), s. 423). Louise

Hvad nu hvis-spørgsmålene kan med fordel integreres i en undervisning hvor IT anvendes. Eksempelvis i arbejdet med cirklen. Hvad sker der med arealet, hvis jeg gør radius større? Hvis jeg gør radius større, bliver diameteren så også større? Hvis jeg fordobler sidelængden i en firkant, hvad sker der så med arealet? Gælder denne sammenhæng også for trekanter og/eller andre figurer?

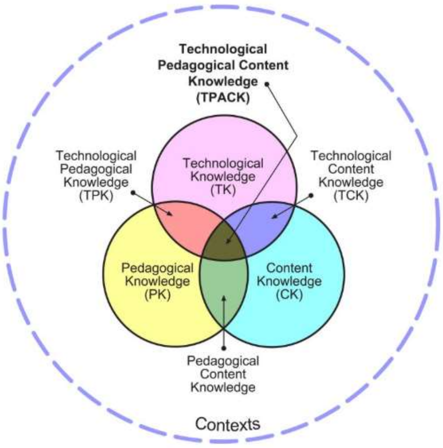
At CAS kan være et diskussionsredskab er også en væsentlig pointe. "*Pea slår fast, at kognitive teknologier "gør tænkningens mellemprodukter til noget eksternt [….] som man derefter kan analysere, reflektere over og diskutere."*(Nabb, Keith (2016), s.16) Nita

Endelig peger Rikke Teglskov på, at indlæringen forbedres, når eleven udsættes for mange forskellige repræsentationer, her kan være IT være en blandt flere (Teglskov, Rikke (2018), s.7). I et regnearks-program kan store datasæt behandles, uden at man mister overblikket (Dreyøe(2018)).

TPACK-modellen

Louise

På modulet "teknologi og digitale læringsmidler" stiftede vi bekendtskab med TPACK-modellen, som er udviklet i 2006 af Punya Mishra og Matthew J. Koehlers (Serhat, Kurt (2018)). Modellen skal hjælpe underviseren med bedre at kunne integrere teknologiske viden i undervisningen, der for mange mest består af en faglig og pædagogisk viden.



Figur 2: TPACK-modellen

CK beskriver den faglige viden underviseren har om emnet f.eks. begreber og teorier.

PK er den pædagogiske viden, der danner rammen for undervisningen f.eks. hvilke metoder og læringsstile, der benyttes.

TK er den teknologiske viden. Her tages stilling til hvilke teknologiske værktøjer og tilhørende resurser, der kan bruges i undervisningen.

I figuren overlapper cirklerne hinanden for at illustrere, hvordan de 3 videns former påvirker hinanden. Da modellen er lavet for at understøtte et større brug af it-værktøjer i undervisningen, er det disse overlap, der er de mest interessante.

Nita

Når den teknologiske og faglige viden kombineres (TCK), beskrives underviserens forståelse for, hvordan teknologien og den faglige viden påvirker hinanden. Dette omfatter bla. forståelsen for, hvordan et fagligt emne kan formidlet ved hjælp af it.

Den teknologiske pædagogiske viden (TPK), understøtter den måde, hvorpå underviseren bruger de valgte it-værktøjer i undervisningen (Serhat (2018)).

Ud over at ovennævnte model bruges senere i denne opgave, kunne den også bruges i et oplæg i fagudvalget.

Udfordringer

Louise

Det kan være udfordrende at begynde at arbejde undersøgende med en klasse, som hovedsageligt er vant til at arbejde i opgaveparadigmet. Anders Folke Larsen og Mikkel Hein beskriver de udfordringer, de er stødt på, når de i deres praktik har introduceret en undersøgende tilgang til klasser, der ikke er vant til arbejdsformen.

> *"Det var karakteristisk for den didaktiske kontrakt i klassen at jeg hele tiden skulle rundt og godkende elevernes arbejde. Kommunikationen mellem lærer og elev var fokuseret på det regnetekniske, mens der ikke foregik en problematisering og undren over matematikken"* (Larsen, Anders Folke & Hein, Mikkel (2006), s. 4).

Larsen og Lindhardt påpeger samme problematik, når de skriver, at deres erfaring er, at lærere undlader at undersøgende matematik er en del af deres undervisning, idet de finder det for kompliceret/risikofyldt og uforudsigeligt (Larsen & Lindhardt (2019), s. 8).

Nita

Deres hypotese er på baggrund af dette, at det kan være hensigtsmæssigt at inddele undersøgende matematik i mindre enheder og starte i det små. De beskriver desuden, at nogle lærere har en forestilling om, at undersøgende arbejde kræver, at eleven finder på problemstillingen, og selv gennemfører undersøgelsen. De beskriver, at implementering til undervisningspraksis kan variere alt efter tema, lærer, ressourcer til rådighed og elevernes alder.

Louise

En undersøgende arbejdsform skal implementeres på en måde, så det bliver en forbedring og udvikling af matematikundervisningen. Blomhøj påpeger risikoen for, at en arbejdsmåde implementeres, uden at man forholder sig til forbindelse til læringsmålene (Blomhøj (2013), s. 176). For at imødegå dette, har vi med afsæt i Mogensens arbejde med pointer i matematikundervisningen, gjort os meget klart fra starten af forløbet af, hvilke matematiske pointer vi ønskede at eleverne blev præsenteret for (Mogensen (2012), s. 43-45). Et overordnet mål for hele vores undervisningsforløb har været at introducere klassen til en ny didaktisk kontrakt. Herefter har forskellige pointer været i fokus til forskellige forløb. Eleverne er i dette forløb ikke blevet introduceret til en undervisning ved den triadiske dialog (Winsløw (2006), s. 164), men ved en iscenesættelse (KiDM-4).

Empiri

Nita

Vores empiriafsnit er inddelt i en præsentation af vores indledende didaktiske overvejelser, en beskrivelse af vores undervisningsforløb, udsagn som kom frem under vores interviews med eleverne og deres faste lærer, der har særlig relevans i forhold til vores forløb, samt en beskrivelse af nogle af de observationer vi gjorde os undervejs.

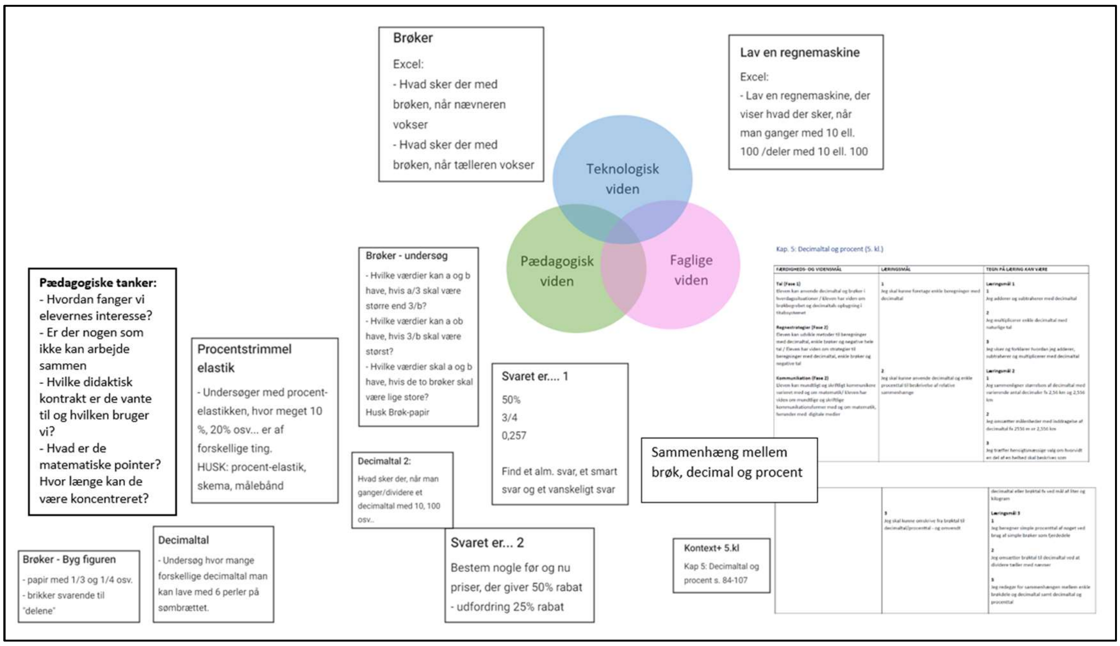
I første omgang beskrives opgaverne i vores undervisningsforløb. Dernæst vil vi trække nogle fokuspunkter frem fra interviewene, der danner baggrund for vores analyse. For ikke at få for mange gentagelser i beskrivelsen af vores empiri, vælger vi her at gøre opmærksom på, at alle undervisningsforløb er påbegyndt med en iscenesættelse, dernæst aktivitetsfasen og afrundet med en fællesgørelse i klassen.

Et forløb i 5.klasse

Louise

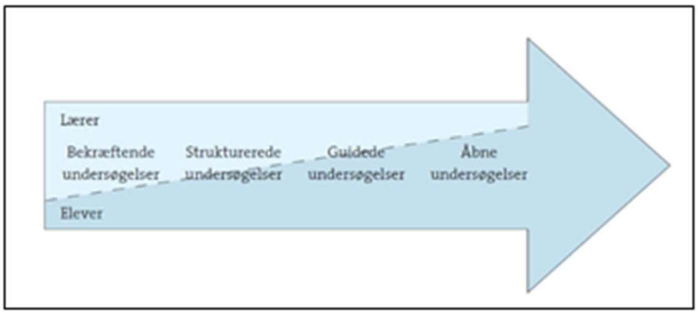
For at få bedre kendskab til undersøgende matematik har vi gennemført nogle forløb i en 5. klasse. Dette naturligvis efter aftale med klassens matematiklærer. Da forløbet skulle i gang, var klassen lige påbegyndt et arbejde med decimaltal, brøk og procent, og vi valgte derfor at koble os på dette emne.

Vores didaktiske overvejelser er skitseret i et mindmap, der tager udgangspunkt i TPACK-modellen.



Nita

Vi har valgte at starte med nogle opgaver, som ikke gav alt for frie tøjler, da det undersøgende ikke er klassens vante arbejdsform. Samtidig er det en klasse hvor der hurtigt bliver uro, hvis ikke der er en klar struktur og klasseledelse. I forhold til åbenheden i de opgaver klassen er blevet præsenteret for, har vi derfor valgt at tage udgangspunkt i Rune Hansen og Povl Hansens figur over forholdet mellem lærer- og elevstyring i undersøgende forløb (Hansen, Rune & Hansen, Povl (2013), s. 44). De undersøgelser klassen kom til at arbejde med ligger i kategorierne "bekræftende undersøgelser" og "strukturerede Undersøgelser".



Figur 3: Forholdet mellem lærer- og elevstyring i undersøgende forløb

I vores undervisningsforløb har eleverne arbejdet sammen to og to. Der har været en enkel tre-mandsgruppe, for at det passede med elevtallet i klassen.

Første undervisningsgang

Louise

Ved første undervisningsgang lavede vi et arbejde med udgangspunkt i en undersøgende opgave beskrevet i Kontekst+ (s 105)

Decimaltal

Eleverne fik udleveret et bræt med 4 søm, som repræsenterede hhv. tiere, enere, tiendedele og hundrededele. Desuden fik de udleveret 6 perler, som kunne sættes på sømmene. Eleverne skulle herefter undersøge, hvor mange forskellige tal de kunne danne ved at placere perlerne forskelligt på de 4 søm.

Cifrene flytter.

Nita

I den efterfølgende opgave fik eleverne udleveret et lamineret papir med en lille lomme og 4 "huller", hvori der kunne placeres forskellige cifre. Mellem to af hullerne var der placeret et komma, så der kunne laves forskellige decimaltal. Eleverne blev så bedt om at lave forskellige tal og undersøge, hvad der skete med tallene i lommerne, når der blev ganget/divideret med hhv. 10 og 100.

Nemt, smart og svært

Louise

Tredje og sidste opgave var inspireret af Pernille Pind og gik ud på, at eleverne skulle finde en nem, smart og svær løsning til resultaterne 50%, 0,257 og ¾.

I første opgave er der stor forskel på hvorledes opgaven gribes an. Nogle elever bliver meget hurtigt systematiske, mens andre arbejder sig frem lidt mere tilfældigt. En gruppe begynder fra starten med det mindste tal og arbejder sig op. I nogle grupper var der én, der dannede tal, og én der kontrollerede om det var nyt. Der var desuden en gruppe som startede tilfældigt, så stoppede de op og satte dem de tal de havde fundet i rækkefølge, for derefter at fylde ud hvor der var ”huller”. To grupper blev ved med at finde tilfældige tal. Alle elever var aktive og deltagende i undervisningen.

Nita

I anden opgave er fremgangsmåden mere ens i grupperne. Resultaterne er også de samme, alle elever når frem til, at tallene ”flytter sig” forbi kommaet, når man ganger og dividerer. Dog er der nogle grupper, som undervejs skal mindes om, hvad det er vi undersøger.

Sidste opgave er den, som eleverne i de efterfølgende interviews er mindst begejstret for. Alle giver sig dog i kast med opgaven og finder de tre løsningsforslag. For nogle kan det dog være svært at skelne mellem en nem og en smart løsning. Bemærkelsesværdigt er det, at vi i introduktionen til opgaven laver nogle eksempler på tavlen af de tre løsningsforslag sammen med eleverne. En elev får lavet et regnestykke, som han ikke helt selv kan svare på. Vi vælger i situationen at lade det ”hænge i luften” og udtrykker tiltro til at eleven, som fandt på regnestykket, selv vil komme frem til løsningen, når han får lidt ”tænketid”. Dette ”fanger” så stor en del af eleverne, at de selv bringer det på banen, da timen er slut og løser den lille ”gåde”- selvfølgelig sammen med eleven som bragte regnestykket på banen.

Louise

Efterfølgende gennemfører vi interview med tre elever fra klassen. Disse elever bliver af den faste lærer beskrevet som en fagligt stærk, en middel og en svag elev. Eleverne udtrykker generelt, at det har været sjove undersøgelser, og at de har været glade for arbejdsformen:

> *“Det var sjovt. Det var en anden slags undervisning end det plejer i forhold til, at vi plejer at sidde med en bog, men at vi rent faktisk fik lov at lege med nogle perler-agtige"* (Bilag 4: Elev 1, 0:07-0:22) og *“Den første opgave kunne jeg godt lide. Den var sjov”* (Bilag 5: Elev 2, 0:06-0:11).

Her skal vi naturligvis være opmærksomme på, at vores forsøg er lavet i en meget lille skala, samt at der er en risiko for, at eleverne svarer det, de tror vi gerne vil høre. Sidste opgave er den de er mindst glade for, den minder mest om det daglige arbejde. *"Den til sidst var lidt kedelig, fordi det var egentlig bare lidt det samme hele tiden"* (Bilag 4: Elev 1, 1:00-1:08). Eleverne udtrykker generelt, at det er godt at arbejde med et konkret materiale. *"Jeg er ikke en af dem, som kan sidde i en bog og regne det ud i hoved. Jeg er en der skal gøre noget med mine hænder"* (Bilag 6: Elev 3, 1:55-2:04).

Anden undervisningsgang

Nita

Til anden undervisningsgang var aktiviteterne rykket over på pc. Vores didaktiske overvejelser gik på, at eleverne på denne måde kunne producere mange resultater meget hurtigt, og når mange resultater kan ses på skærmen samtidig, giver det eleverne bedre mulighed for at opdage en regelmæssighed (Dreyøe (2018)). Samtidig blev eleverne kun introduceret til to opgaver, idet vi i vores didaktiske overvejelser fra første undervisningsgang, kunne se, at den uvante arbejdsform var krævende for eleverne.

Cifrene flytter 2.

Louise

Første aktivitet var en repetition af stof fra første undervisningsgang. I Excel opbyggede vi en regnemaskine, som kunne gange/dividere med 10 og gange/dividere med 100. Når eleverne tastede et tal ind, viste Excel efterfølgende alle 4 svar. Eleverne skulle først ”sige eller gætte”, hvilke 4 resultater regnearket ville give og derefter efterprøve. Eleverne fandt selv på tal. Imens gik vi og læreren rundt og snakkede med eleverne om deres arbejde. Samtlige grupper får sat ord på den regelmæssighed, at ”kommaet flytter”, som nogle af eleverne valgte at udtrykke det. For at opgaven ikke kun skulle være repetition, blev eleverne præsenteret for hvad nu hvis-spørgsmål undervejs. "Hvad nu hvis der ikke er et komma?", "Hvad nu hvis der ikke er nok tal, der hvor kommaet flytter hen?", "Hvad ville der ske hvis jeg gangede med 1000?" osv.

Brøker

Nita

Anden aktivitet var en opstart på et emne om brøker.

En ”brøk-maskine” blev lavet i Excel, hvori eleverne kunne indtaste tæller og nævner. "Maskinen" omregnede resultatet af indtastningen til et decimaltal. Eleverne blev desuden bedt om at sætte deres tal ind på en tom tallinje (både som brøk og decimaltal), for at tvinge eleverne til en opmærksomhed på tallenes relative størrelse i forhold til hinanden. Herefter blev eleverne bedt om at gå på opdagelse efter regelmæssigheder (Larsen & Lindhardt (2019), s. 11), fx hvad sker der, når nævner bliver større? Hvad sker der, hvis tæller bliver større? Hvad når hhv. tæller og nævner bliver mindre? Den opdagede regelmæssighed vender eleverne selv tilbage til ved 3. undervisningsgang, så den har gjort et vist indtryk.

Efter anden undervisningsgang blev der, som første gang, lavet nogle interviews. Eleverne giver ved denne lejlighed udtryk for, at det er motiverende, at de skal arbejde på computer, og at det ikke er opgaver i en bog eller på papir, de er sat til at løse. *"Jeg synes nok det har været lidt anderledes, fordi vi skulle arbejde på computer og det synes jeg er noget andet end når vi arbejder på regnepapir"* (Bilag 7: Elev nr 4, 0:26-0:35). Louise

Tredje undervisningsgang.

Byg figuren

Nita

Til tredje undervisningsgang startede vi med en øvelse, hvor eleverne skulle tegne nogle figurer færdige. På et papir kunne eleverne se fx ⅓ af én figur, ¼ af en anden figur osv. Spørgsmålet til eleverne var: Hvordan kunne den færdige figur så se ud? Eleverne fik udleveret brikker svarende til de afbillede dele af den hele figur. Eleverne har nemt ved opgaven, alle får lavet nogle figurer.

Undersøg brøkerne

Louise

Herefter fik eleverne udleveret nogle papirark med ”tomme” cirkler. Samtidig fik de opgaven *”Hvad kan a og b være, hvis a/3 skal være større end 3/b?”* (kontext+ s. 89). Eleverne benytter forskellige løsningsstrategier, f.x. at sætte tal ind i stedet for a og b, og tegne sig frem til svarene ved at farvelægge tomme cirkler, samt at omregne til decimaltal. Flere af eleverne får på eget initiativ sat ord på regelmæssigheden fra sidste undervisningsgang, hvor en større nævner jo gav et mindre decimaltal. Men i sammenligning med en anden brøk, forskellige tællere og forskellige nævnere er opgaven stadig udfordrende, og tegning og omregning bliver en god hjælp. Igen er samtalen med eleverne, mens de arbejder givende, og selv de svageste elever når frem til bud på løsninger, ved at de prøver sig lidt frem, og ved at samtalen bliver mere stilladserende. Nita

Eleverne "møder" her uægte brøker, og herigennem udvides opgaven i forhold til første forløb, og eleverne opfordres til "at gå på opdagelse" igen.

Procent

Louise

Til sidst fik eleverne udleveret et tomt skema, en elastik hvorpå 0 til 100 % var markeret (med 5-10-15 osv. op til 100 %) og et målebånd. Herefter skulle eleverne selv udvælge konkrete objekter på skolen, som blev målt med målebånd og med elastikken, som var inddelt i procenter. På skemaet skulle eleverne så anføre hvilket objekt de havde udvalgt, angive mål der viste hvad 100% af tingen var i cm, samt hvor meget hhv. 10, 25, 50, 75 og 80 % af objektets mål var i cm.

Nita

Denne opgave virker eleverne meget begejstrede for. Alle deltager aktivt, og mens arbejdet står på, kan flere af eleverne sætte ord på, at de fx ikke behøver at måle 50% eller 25%, da det er det halve eller kvarte af det mål, de har angivet ud for 100%. I den efterfølgende evaluering og opsamling sætter eleverne også fint ord på, at det tal der svarer til 50% ved en opgave, ikke er det samme tal i den næste opgave, og at elastikken er med til at illustrere denne relativitet.

Louise

Klassens faste lærer giver udtryk for, at især hendes svage elever er godt med: *"mange af drengene med lidt krudt i røven og de piger, som synes matematik godt kan være svært og indviklet at forstå, for lige pludseligt set det fra en anden vinkel"* (Bilag 8: Lærer, 4:01-4:14).

Det bliver for hende tydeligt, hvor vigtigt det er, at alle elever er opmærksomme under iscenesættelsen: *"De skal have nogle rammer, men alligevel var opgaverne også meget åbne. Men de skal vide 100% at når der skal introduceres noget skal, så skal man være 100% opmærksom og koncentreret"* (Bilag 8: Lærer, 5:18-5:29).

Hun giver samtidig udtryk for at sammensætningen af elever i grupper, og en konstruktiv adfærd er alfa og omega i forhold til et maksimalt udbytte:

> *"Jeg tror at der var en smule af dem, som blev lidt frustrerende pga. gruppearbejdet, fordi når gruppearbejdet ikke var vellykket, så kommer opgaverne heller ikke til at glide lige så let og de kom i problemer og følte faktisk ikke at de måske helt forstod eller kunne finde ud af det. Og det handlede ikke om at de ikke forstod opgaven, men om at de ikke kunne samarbejde"* (Bilag 8: Lærer, 1:36-1:57).

Nita

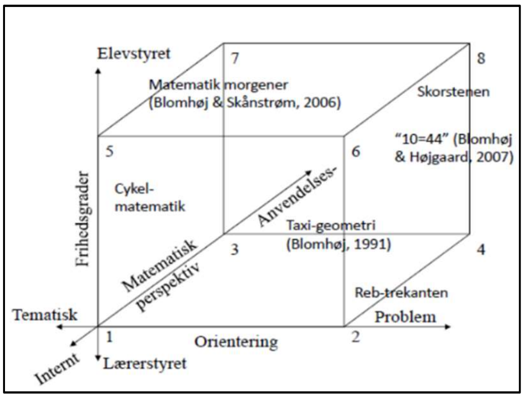
Ved vores observationer i klassen under forløbet bemærker vi især en elev, som "bremser" et gruppearbejde både i første og anden opgave, også selvom vi i anden omgang sætter eleven i en gruppe med en meget fagligt stærk elev og dennes makker. De to havde haft et eksemplarisk samarbejde i første opgave, og havde fået ros. De havde fået stort udbytte ud af arbejdet, og derfor valgte vi i samarbejde med læreren at placere den elev vi særligt har bemærket her. Håbet var, at eleven i denne gruppe ville blive "trukket med", men i stedet sker der det, at eleven får trukket tempoet ud af gruppearbejdet her også. Dette vender vi tilbage til i analysen.

Alle opgaverne i forløbet blev afsluttet med en opsamling ved tavlen. Klassens lærer giver udtryk for, at hun ser en høj grad af mundtlighed både under elevernes arbejde i grupper og ved den afsluttende opsamling, sammenlignet med den almindelige undervisning.

Analyse

Louise

I vores analyse vil vi bl.a. placere det undersøgende arbejde fra vores empiri i det tredimensionelle rum for opgaver og forløb til undersøgende arbejde, som er udarbejdet i PRIMAS-DK (Blomhøj (2013), s. 183). Vi vil også placere empirien i forhold til Hansen og Hansens model (Figur 3), samt Lindhardt og Larsens undersøgelsestyper. Vi vil under overskrifterne Iscenesættelse, aktivitetsfasen og opsamlingen koble den præsenterede teori med vores erfaringer



Figur 4: Det tredimensionelle rum for opgaver og undersøgende arbejde.

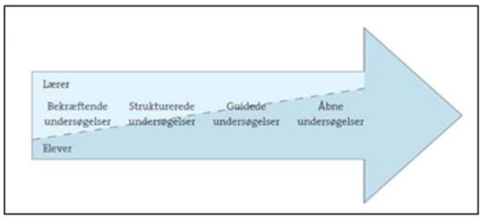
fra empirien. Dernæst vil egne udfordringer blive præsenteret og ligeledes sammenholdt med teori på området.

Nita

De fleste af vores undersøgelser befinder sig i nærheden af hjørne 2 (se bilag 7). Opgaverne har haft et matematisk perspektiv, de har været lærerstyret, og undervisningen har ikke været bygget op om et tema. Et enkelt af vores forløb skiller sig lidt ud. Den undersøgelse hvor eleverne skal finde nogle tal, som gør en brøk større end en anden, mener vi skal placeres mellem hjørne 2 og hjørne 6, idet vi ikke anviser et undersøgelsesdesign, men lader det være op til eleverne.

Louise

I forhold til figur 3 ”Forholdet mellem lærer- og elevstyring i undersøgende forløb” (Hansen og Hansen (2013)), ligger opgaverne i høj grad indenfor kategorierne ”Bekræftende undersøgelser” og ”Strukturerede undersøgelser”. Aktiviteterne har været af en karakter, hvor der ikke har været ét svar, og hvor eleverne har været opfordret til at finde regelmæssigheder og sætte ord på disse. Eleverne introduceres til ”*undersøgende arbejdsformer i en fastsat ramme.”* (Hansen & Hansen (2013), s.47). Eleverne har ikke haft større indflydelse på undersøgelsesdesignet, og vi kan dermed ikke sige at eleverne arbejder med “guidede undersøgelser” (Hansen & Hansen (2013), s. 44).



Figur 3: Forholdet mellem lærer- og elevstyring i undersøgende forløb

Nita

De fleste af aktivitetstyperne er en opdagelse i følge Larsen og Lindhardt, idet opgaverne er rettet mod at eleverne får en generaliseret viden, hvor eleverne “*genopfinder matematik ved at gøre det selv”* (Larsen & Lindhardt (2019), s. 11).

Louise

Iscenesættelse

Inden undervisningen gik i gang, havde vi planlagt, hvad vores iscenesættelse skulle indeholde. Undersøgelsesdesignet blev præsenteret for klassen, og eleverne blev spurgt ind til den viden, de havde på forhånd, og hvilke forestillinger de havde til resultatet af de undersøgelser, de skulle i gang med. Fagsproget blev inddraget i iscenesættelsen, hvor vi “oversatte” fra hverdagssprog til fagsprog undervejs i dialogen med klassen (Winsløw (2016), s. 159). Begrebspointer blev dermed også en del af iscenesættelsen (Mogensen (2012), s. 43). Vi understregede at dette var en arbejdsform, hvor ét rigtigt svar fra alle i klassen ikke var i fokus men snarere et større arbejde frem mod at blive systematiske og undersøgende. Desuden blev de praktiske rammer og tiden som eleverne havde til rådighed oplyst (Blomhøj, (RUC)).

Nita

De faglige pointer vi ville have i fokus i det første forløb, var en begrebspointe og en metodepointe (Mogensen (2012), s. 43). Et decimaltal (begreb) er opbygget af fx. tiere, enere, tiendedele og hundrededele, samt (metode) at når et decimaltal ganges med fx 10, flytter tallene plads, så tallet som før stod på tiendedelenes plads, efterfølgende vil stå på enernes plads osv.

Sammen med iscenesættelsen italesatte vi også den nye didaktiske kontrakt. Vi betonede tydeligt, at vi på dette tidspunkt ikke havde en forventning om et rigtigt svar men ønskede at høre, hvilke tanker eleverne gjorde sig. Her anerkendte vi meget forskellige svar fra eleverne og understregede, at det i de kommende lektioner ville være vigtigt, at eleverne lyttede til hinanden, samt at det var vigtigt for os, at eleverne bidrog til en atmosfære, hvor alle turde at byde ind (Pind (2015), s. 6).

Louise

I Winsløws didaktiske faser (Figur 1) svarer iscenesættelsen til Devolution. Vi igangsætter og afklarer, eleverne skal modtage og forstå problemstillingerne og situationen er didaktisk. Når vi spørger ind til elevernes forestillinger eller idéer til strategier nærmer vi os handlingsfasen.

	Lærerens rolle	Elevernes rolle	Miljø	Situation
Devolution	Igangsætte Afklare	Modtage og forstå opgave	Etableres	Didaktisk
Handling	Observere Reflektere	Handle Reflektere	Problemfelt Udforskningsfelt	Adidaktisk
Formulering	Organisere Spørge	Formulere Præcisere	Åben diskussion	Adidaktisk el. didaktisk
Validering	Lytte Evaluere	Argumentere Reflektere	Styret diskussion, bedømmelse	Normalt didaktisk
Institutiona-lisering	Præsentere Forklare	Lytte Reflektere	Institutionel viden	Didaktisk

Figur 1: Faser i det didaktiske spil (klasseundervisning)

Aktivitetsfasen

Nita

I aktivitetsfasen var fokus på dialogen med eleverne, eksempelvis at få udfordret med "hvad nu hvis" (KiDM-4, s. 3). Hvad nu hvis der er en tom plads efter et komma, altså et nul? Eller om den regelmæssighed de havde fundet, også gjaldt for større tal, "Hvad nu hvis man gangede med 1000"? En del af arbejdet eleverne lavede i forbindelse med første undervisningsgang, handlede om en forståelse af decimaltal uden en relation til beregninger hvori disse indgik. I den sidste opgave af typen "svaret er givet", var det eleverne selv, som skulle bringe forståelsen af tallene ind i en sammenhæng, hvor de anvendte deres viden til at producere et regnestykke med et givent svar. Vores fokus blev også at bekræfte eleverne i den nye arbejdsform, at være undersøgende, for at imødegå frustration over den nye didaktiske kontrakt. *"Men selv med en god introduktion til åben og undersøgende matematik er der elever, der føler sig kastet ud på dybt vand"* (Pind (2015), s. 7). Samtidig forsøgte vi at støtte de svageste elever bl.a. ved hjælp af stilladserende samtaler. Her støttede vi eksempelvis eleverne, så de blev systematiske i deres undersøgelser (Blomhøj, (RUC)).

Louise

I Winsløws didaktiske faser (Figur 1) bevæger vi os i handling og i formulering. Eleverne går i gang med at undersøge problemstillingerne og vi forholder os i første omgang observerende, siden nysgerrigt spørgende eller stilladserende. Situationen kan både være didaktisk og adidaktisk. Hvis gruppen arbejder efter en hensigtsmæssig strategi, vil situationen være adidaktisk, men hvis gruppen går i stå eller har misforstået opgaven, bliver situationen didaktisk. *"Læreren giver i denne situation ikke forskriften eller vejledning, men kan - hvis forhindringerne viser sig for store - vælge at devoluere et modificeret miljø".* (Winsløw (2006), s. 138) I tredje undervisningsgang i opgaven "Undersøg brøkerne" havde vi en gruppe der ikke havde en konstruktiv strategi. Vi hjælper dem derfor tilbage på sporet igen, ved hjælp af hvad nu hvis spørgsmål og derfor bliver situationen didaktisk for derefter at blive adidaktisk igen, når gruppen selv arbejder videre.

	Lærerens rolle	Elevernes rolle	Miljø	Situation
Devolution	Igangsætte Afklare	Modtage og forstå opgave	Etableres	Didaktisk
Handling	Observere Reflektere	Handle Reflektere	Problemfelt Udforskningsfelt	Adidaktisk
Formulering	Organisere Spørge	Formulere Præcisere	Åben diskussion	Adidaktisk el. didaktisk
Validering	Lytte Evaluere	Argumentere Reflektere	Styret diskussion, bedømmelse	Normalt didaktisk
Institutiona-lisering	Præsentere Forklare	Lytte Reflektere	Institutionel viden	Didaktisk

Figur 1: Faser i det didaktiske spil (klasseundervisning)

Opsamlingen

Nita

Opsamling ved tavlen efter hver opgave blev lavet med fokus på, at vores udvalgte faglige pointer blev delt af eleverne i klassen. Fokus var også på, at så mange elever som muligt fik fortalt om deres arbejde, samt at de begreber vi havde haft i spil kunne bruges i en dialog (KiDM-4, s. 3). At der er grund til fokus på dette, kommer tydeligt frem i en undersøgelse af undervisningens faser i den danske folkeskole. Her beskriver Mogensen hvordan der kun i 4 ud af 50 lektioner, finder en egentlig opsummering sted, når undervisningen afsluttes. Dette anser han for bekymrende (Mogensen (2012), s. 50)).

Det Mogensen kalder en opsummering svarer til valideringen og institutionalisering i Winsløws skema. Det er her i har den styrede diskussion omkring de matematisk pointer som fællesgøres for hele klassen.

	Lærerens rolle	Elevernes rolle	Miljø	Situation
Devolution	Igangsætte Afklare	Modtage og forstå opgave	Etableres	Didaktisk
Handling	Observere Reflektere	Handle Reflektere	Problemfelt Udforskningsfelt	Adidaktisk
Formulering	Organisere Spørge	Formulere Præcisere	Åben diskussion	Adidaktisk el. didaktisk
Validering	Lytte Evaluere	Argumentere Reflektere	Styret diskussion, bedømmelse	Normalt didaktisk
Institutiona-lisering	Præsentere Forklare	Lytte Reflektere	Institutionel viden	Didaktisk

Figur 1: Faser i det didaktiske spil (klasseundervisning)

Opsamlingen med klassen giver et indtryk af, at alle elever har fået et fagligt udbytte af undervisningen, og det var bemærkelsesværdigt, at både fagligt stærke og fagligt svage elever bidrog.

> *"...og der var flere af dem som mundtlig kom mere på banen end de faktisk plejer, øh, og hvor de var blevet bedre til at lytte til hinandens resultater og se at, selvom det måske var en forholdsvis høj faglig og en lav faglig elev der var sammen, så var de måske lidt mere jævnbyrdige nu og ligeværdige"* (Bilag 8: Lærer, 4:23-4:43).

Undersøgende matematik åbner op for undervisningsdifferentiering og ikke materialedifferentiering jævnfør Pind, idet elevens valg er med til at afgøre opgavens kompleksitet, og dermed bliver der større sandsynlighed for, at det er en opgave eleven kan løse (Pind (2015), s. 17). Wolfgang Klafki skelner imellem en indre og ydre differentiering (Albrechtsen (2013), s. 92), hvor undersøgende matematik tilhører den indre differentiering, fordi den netop foregår inden for fællesundervisningen. Ved dette forløb observerede vi, at de svageste elever brugte mere tid på at afprøve, inden de blev systematiske, samt at en ordblind elev profiterede af den øgede dialog, idet han kunne deltage på lige fod med klassekammerater, i langt højere grad end hvis klassen var blevet præsenteret for opgaver i en matematikbog. Louise

I interviewet med læreren efterfølgende påpeger hun selv hvilke fordele hun ser ved den undersøgende matematik i forhold til undervisningsdifferentiering: *"Helt klart fordele, fordi de tilpasser hele tiden deres eget niveau til det. Og hvis ikke der er i deres zone for udvikling, jamen så bliver de hvor de er, og ellers rykker de jo selv rundt på de"* (Bilag 8: Lærer, 8:22-8:41). Nita

Kritiske punkter ved undersøgende matematik

Louise

I forhold til undervisningsdifferentiering og undersøgende matematik er der ikke kun fordele. Det kræver en øget fokus fra læreren side: *"Hvis vi sidder med en elev som fuldstændig misfortolker introduktionen, ikke følger med eller.....så sker der reelt ikke ret meget udbytte ud af det"* (Bilag 8: Lærer, 8:56-9:15). Dvs. at samtidig med at vi skal være stilladserende og stille uddybende spørgsmål, skal vi også have øje for om en enkel elev bliver usynlig i en ellers velfungerende gruppe.

Nita

Et andet kritisk punkt vi observerede var en elev, som havde svært ved at indgå i vores undersøgelsesforløb. Eleven havde en negativ effekt på den gruppe, eleven var en del af. Pind påpeger, at denne arbejdsform kræver en del af eleverne.

> *"Mange elever er som udgangspunkt ikke gode til at arbejde med disse opgaver. De ved ikke hvad de skal, de kan ikke gå i gang af sig selv, og når de kommer i gang, er deres svar ikke ret gode. De springer over hvor gærdet er lavest"* (Pind (2015), s. 19).

Louise

Vi forsøgte at flytte eleven til en ny og fagligt stærk gruppe, men denne gruppe lykkedes det hende også at trække energien ud af, selv om vores intension var, at deres ejerskab for undersøgelsen skulle smitte af på hende. Helle Volsgaard skriver: *"Men for at eleven kan påtage sig ejerskab i undersøgelseslandskabet, må eleven have en intention om at lære, altså en intention-i-læring, og tage imod invitationen"* (Thejsen, Thorkild (2013), s.2). Vores elev tog ikke imod invitationen. Der skal for hende og for resten af klassen etableres en ny didaktisk kontrakt (KiDM-6), når denne arbejdsform introduceres, og her er er vi kun på et tidligt stadie. At eleven ikke bidrager positivt til undervisningen, er dog ikke noget, som kun forekommer i vores forløb, men er også beskrevet af læreren i den almindelige undervisning. Dette forløb kunne have været muligheden for en ny start, idet undervisningen bryder med tidligere vaner og mønstre i forhold til den gamle didaktiske kontrakt, men eleven vælger ikke at tage imod.

Nita

Winsløw påpeger, at affektive faktorer også har betydning for eleven og læreprocessen. Tre faktorer som betones i arbejdet mod at få et positivt samspil er realistiske situationer, en oplevelse af succes samt respekt for elevens tilgang til arbejdet (Winsløw (2006), s. 129). Et fokus på disse faktorer kunne være et bud på at få inviteret vores elev ind i et mere positivt arbejde med matematikken. Det undersøgende arbejde åbner netop muligheden for at tage udgangspunkt i noget, som er en vigtig del af elevens erfaringsverden, samtidig med at mulighederne for undervisningsdifferentiering åbner op for oplevelsen af succes uanset dennes faglige niveau.

Observationerne illustrerer fint, hvordan det undersøgende arbejde hurtigt kan blive en udfordring for læreren, og at det også kan influere på øvrige elevers udbytte. Skovsmose beskriver yderligere to mulige udfordringer. Den ene er at en elevgruppe fungerer bedst med opgaveparadigmets trygge rammer, samt at der hos læreren kan være en utryghed i forhold til, om eleverne lærer det, de skal lære (Skovsmose (2013), s. 155). *"Der hvor jeg som lærer har svært ved det er, fordi jeg ikke kan måle og veje på hvor meget reelt udbytte, der er af det og det er der jeg bliver usikker"* (Bilag 8: Lærer, 7:51-7:58). Fokus på pointer er her et værktøj i forhold til at sikre læring. Louise

Det er værd at holde sig for øje, at risikoen for at ryge tilbage i gamle vaner fra opgaveparadigmet ikke kun gælder for eleven, men i lige så høj grad for læreren og i dialogen imellem dem. Nita

> *"En betydelig vanskelighed forbundet med at bevæge sig ind i undersøgelseslandskabet er, at den samtaleform, der er afstemt efter opgaveparadigmet, er så veletableret, at den let følger med, uanset hvor lærer og elev prøver at flytte sig hen. Konsekvensen er, at mange muligheder for udforskning går tabt"* (Skovsmose (2003), s. 154)

I forhold til vores undervisningsforløb kan fremhæves, da vi i anden undervisningsgang laver undersøgelsen "cifrene flytter 2". Denne undersøgelse kan hurtig blive en repetitionsopgave og derved blive i opgaveparadigmet, hvis vi ikke får stillet de rigtige spørgsmål.

Ydermere peger Skovsmose på, at det kan være vanskeligt at relatere undervisningen til reelle forhold, og påpeger samtidig det selvmodsigende i *"at opsøge "reelle referencer", når nu undervisningen finder sted i institutionen "skole""* (Skovsmose (2013), s. 156).

Vores egne observationer har været, at forberedelsen af de undersøgelser vi har gennemført, har krævet en del mere forberedelsestid, end hvad vi i dagligdagen har til rådighed. Dette svarer overens med en af delkonklusionerne i KiDM rapporten *"Planlægning* Louise *af undersøgende aktiviteter er meget tidskrævende og fordrer, at lærere samarbejder"* (KiDM (2017), s. 11). Det giver derfor rigtig god mening, at forløb deles enten i et fagligt fællesskab eller gennem vores matematikværksted, hvilket vi belyser nærmere i afsnittet om vores vejlederrolle.

Vejlederrollen

Nita

Vi vil i dette afsnit komme ind på hvordan vi ved hjælp af et matematikværksted og en udvikling af vores fagudvalg mod et pædagogisk læringsfællesskab, vil implementere mere undersøgende matematikundervisning. Vi vil slutte af med at forholde os til de problemstillinger, vi særligt skal være opmærksomme på, når vi arbejder med ikke linjefagsuddannede kollegaer.

I vores rolle som vejledere er der flere ting, vi gerne vil byde ind med på skolen. I følge vores spørgeskemaundersøgelse påpeger flere af vores kollegaer, at deres forventninger til os som matematikvejledere er, at vi holder dem opdateret med nyt materiale, nye undervisningsmetoder, samt at der er et stort ønske om hjælp til undervisningsdifferentiering og brug af IT i undervisningen. Som allerede nævnt i analysen mener vi, at den undersøgende undervisning kan være med til at løfte en stor del af denne opgave.

Louise

Vi vil derfor opbygge et matematikværksted, hvor det er muligt for os at invitere vores kollegaer og deres klasser indenfor. Her vil undersøgelsesforløbene i første omgang være planlagt og lige til at gå til, og vi håber dermed, at det bliver attraktivt for vores kolleger at indgå i et kollegialt fællesskab. Det åbner vores muligheder for kollegial sparring og konstruktiv feedback. Den udfordring at undersøgende matematik opfattes som tidskrævende, samt at vores kollegaer finder det udfordrende at skulle finde på undersøgelser (KiDM (2017)), vil vi hermed forsøge at minimere. Når vores kollegaers tillid er blevet skabt i matematikværkstedet, er målet, at vi bliver inviteret frivilligt til at give feedback på deres egen undervisning.

Nita

Da der som nævnt i indledningen ikke er en kultur for matematikvejledere tilknyttet vores arbejdsplads, skal vi først have opbygget en tillid fra vores kollegaer, så de bliver trygge, i at vi er tilstede i hinandens undervisning. Kun på den måde vil det være muligt at lave en fælles undersøgelse af undervisningspraksis (Albrechtsen, Thomas (2018), s. 103), så det er muligt at give en feedback, der kan reflekteres på.

Vores fagudvalg vil vi gerne opgradere, så der bliver fokus på reflekterende sparring og konstruktiv feedback omkring det, der foregår i undervisningssituationen. I vejledningen af den enkelte kollega vil vi gerne tage udgangspunkt i mestring, og det vores kolleger allerede kan og videreudvikle denne viden.

Louise

Som et teoretisk afsæt for det undersøgende arbejde, vil vi gerne præsentere vores kollegaer for Blomhøjs model for det tredimensionelle rum (Figur 4), Hansen og Hansens model for forholdet mellem lærer- og elevstyring i undersøgende forløb (Figur 3), samt de forskellige aktivitetstyper, beskrevet af Larsen og Lindhardt tidligere i opgaven. Vi ønsker at have en dialog om "vejen ind" i det undersøgende arbejde, og derved give vores kolleger en viden om, at det ikke behøver at være så risikofyldt, som vi tidligere har beskrevet at, nogle lærere finder dette arbejde. Blomhøj beskriver, at den kollegiale sparring åbner op for, at forløb kan deles, således at der i fagteamet deles flere undersøgende forløb, og mulighed for at lade sig inspirere og udvikle på allerede afprøvede forløb opstår. Muligheden for at afprøve et forløb i flere klasser indenfor kort tid forbedrer grundlaget for, at forløbet kan videreudvikles (Blomhøj (2016), s. 169). Ud over delingen af forløb påpeges det, at

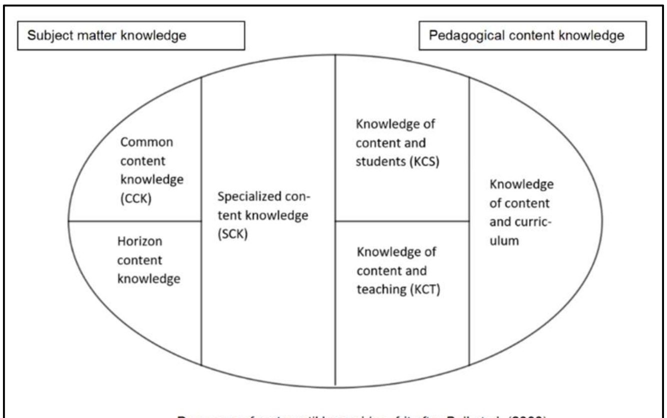
> *"Forskningskortlægningen understreger det vanskelige og det vigtige i, at understøtte lærersamarbejde og udvikling af lærerkompetencer omkring undersøgelsesbaseret undervisning"* (KiDM (2017)).

Nita

Med fokus på lærersamarbejdet omkring den undersøgende matematikundervisning og den kollegiale sparring i vores fagudvalg, nærmer vi os en udvikling mod et professionelt læringsfællesskab, hvilket vi mener vil være til gavn for vores kollegaer, da *"idéen om professionelle læringsfællesskaber lægger op til, at lærere deltager i en kontinuerlig professionel udvikling"* (Albrechtsen, Thomas (2010), s. 88). For at nå hen imod et professionelt læringsfællesskab er det vigtigt, at vi i fællesskab med vores kollegaer bliver reflekterende praktikere i stedet for kun at bygge vores undervisning på personlige erfaringer (Albrechtsen, Thomas (2010), s. 88).

Louise

Et yderligere fokuspunkt i opbygningen af et professionelt læringsfælleskab blandt vores kollegaer er, at halvdelen af vores kollegaer i følge vores spørgeskemaundersøgelse ikke er linjefagsuddannet. Mette Strandgård Christensen har i en model kortlagt, hvilke elementer en kompetent matematiklærer skal rumme (Christensen, Mette Strandgård (2019), s. 3). Kun det ene felt "Common content knowledge", indeholder almen matematisk viden, som ikke er specifikt knyttet til en linjefagsuddannet matematiklærer. Vi har dermed en stor gruppe kollegaer, som vi skal have en øget opmærksomhed på. Bl.a. vil "Horizon Content Knowledge" kræve en del opmærksomhed fra vores side, da de fleste af vores kollegaer kun underviser i én afdeling.



Domæner af matematiklærerviden, frit efter Ball et al. (2008)

> *"Det kan være vanskeligt at have et stort overblik over flere årgange, når man mangler erfaring. Det samme gør sig gældende for erfarne lærer, hvis man efter en årrække med en aldersgruppe, pludselig skal undervise en helt anden aldersgruppe"* (Christensen (2019), s. 8).

Nita

Og er man ikke linjefagsuddannet, er det tvivlsom, om dette overblik har været der fra start, hvilket leder videre til elementet "Knowledge of content and curriculum". For er man ikke linjefagsuddannet, kan det også være sværere at gennemskue om det lærebogssystem, der er valgt, og som er bærende i mange læreres undervisning, dækker de mål, der er for et givent klassetrin. I forhold til det undersøgende arbejde kunne en udfordring være at sikre tilstedeværelsen af relevante matematiske pointer.

Konklusion og perspektivering

Vi mener, at det undersøgende arbejde vil være til gavn for vores kollegaer såvel som elever. Undersøgende undervisningen kan bidrage til elevernes motivation og lyst til at lære. Elever som er interesserede i at lære, er også til gavn for vores kollegaer.
Helt specifikt har lærerne på vores arbejdsplads efterspurgt vejledernes kompetencer i forhold til en forøget grad af undervisningsdifferentiering og en forbedret brug af IT i undervisningen. Begge disse ønsker kan vi se blive tilgodeset i det undersøgende arbejde ligesom vi ser en forøget mundtlighed i undervisningen.
De matematiske pointer mener vi, kan være en hjælp til vores kollegaer, i forhold til at bevare det faglige fokus.
Det undersøgende arbejde og vores matematikværksted åbner for flere forskellige muligheder i forhold til at få etableret en god kultur omkring matematikvejledning på skolen. Vores matematikværksted vil vi gerne have fungerer som en invitation til vores kollegaer, om at komme indenfor og som et inspirationskatalog i forhold til at få taget hul på det undersøgende arbejde. Det tidskrævende i at sammensætte et godt undersøgelsesdesign adresserer vi også, når en stor del af arbejdet er gjort på forhånd for lærerne.
I fagteamet ønsker vi at gøre plads til en debat omkring det teoretiske grundlag og argumenterne for at arbejde undersøgende. I undersøgende arbejde er det ikke nødvendigt at "kaste sig ud på dybt vand", men muligt at starte i det små. Det vil vi gerne formidle videre til vores kolleger. Vi ønsker også at gøre plads til vidensdeling og kollegial sparring i forhold til forløb i klasserne, samt mulighed for at undervisningsforløb deles blandt kollegaer. Alt dette vil vi gøre til omdrejningspunktet i opstarten på at etablere et professionelt læringsfællesskab blandt matematiklærerne. Dette vil kunne være til gavn for alle, men måske især dem som i dag underviser i matematik uden at være linjefagsuddannede.
I en-til-en vejledning ønsker vi at gøre plads til de kollegaer, som eksempelvis står med et akut behov for vejledning, eller hvor emnet ikke er velegnet i forhold til at blive delt i fagteamet.

En enkelt elev kan bremse et undervisningsforløb ganske betydeligt, når ikke den didaktiske kontrakt er på plads. Dette er en generel udfordring, som stort set alle lærere støder på i løbet af deres arbejdsliv. I det kollegiale fællesskab, håber vi også, at der er åbenhed og tillid nok til, at vi kan debattere udfordringer af denne type.

Med udfordringer som de beskrevne er det oplagt, at undersøgende matematik ikke skal erstatte den nuværende undervisning, men være et supplement. Undervisningen i klasserne skal være varieret, og der skal både være plads til det opgave-orienterede og det undersøgende samt det formidlende for at opnå kvalitet.

I forhold til strukturen i en undersøgende undervisning, kunne et mål for det videre arbejde være en opstramning i forhold til den indledende iscenesættelse. I et videre arbejde kunne et mål desuden være at få inddraget de andre "hjørner" af det tredimensionelle rum (Figur 4). På sigt kunne også fokus på feedback være med til at højne kvaliteten. Eleverne har løbende fået feedback i dialogen med hinanden og lærerne, men fokus kunne også være på at eleverne evaluerede på egen indsats, eller at lærerens evaluering betød forbedringer af forløbet.

I vores interviews har eleverne givet udtryk for at, de har været glade for undervisningen og gerne vil fortsætte med denne arbejdsform, og vi håber at vores engagement vil "smitte af" på vores kolleger.

Litteraturliste

Albrechtsen, Thomas R.S. (2018) "Professionelle læringsfællesskaber - teamsamarbejde og undervisningsudvikling" 1. udgave, 4. oplag. Dafolo

Andersen, Michael Wahl, Lindhardt, Bent og Dalsgaard, Rikke Saron (2017). Kontext+ 5.kl kernebog. Alinea 1.udg, 4. opl.

Blomhøj, Morten (2013) Kap 12: "Hvad er undersøgende matematikundervisning og virker den". Red. Andersen, Michael Wahl og Weng, Peter (2013), "Håndbog om matematik i grundskolen, Læring, undervisning og vejledning". 1. udgave, 1. oplag., Dansk psykologisk forlag

Blomhøj, Morten (2016) "Fagdidaktik i matematik", 1.udgave, 1. oplag. Frydenlund

Brinkmann, Svend & Tanggaard, Lene (2010). Kvalitative metoder: En grundbog. 1. udgave, 4. oplag. København: Hans Reitzels Forlag a/s

Misfeldt Morten (2013) Kap 26: "Mellem læringspotentiale og skuffelse" Red. Andersen, Michael Wahl og Weng, Peter (2013) "Håndbog om matematik i grundskolen, Læring, undervisning og vejledning". 1. udgave, 1. oplag., Dansk psykologisk forlag

Pind, Pernille (2015) "Åben og undersøgende matematik".1. udgave, Forlage Pind og Bjerre

Skovmose, Ole kap 10: Undersøgelseslandskaber. Red. Skovmose, Ole og Blomhøj, Morten (2013) "Kan det virkelig passe? - om matematiklæring". 1. udgave, 1. oplag. L&R Uddannelse.

Winsløv, Carl (2006) "Didaktiske elementer – en indføring i matematikken og naturfagenes didaktik", 1. udgave, Forlaget Biofolia

Artikler

Albrechtsen, Thomas "Professionelle læringsfællesskaber - en vision for dansk skole?" Dansk pædagogisk tidsskrift 3 – september 2010

Andersen Bror Just "John Dewey – den (post)moderne pædagogiks far" Hentet fra https://www.paedagogen.dk/artikler/john-dewey-den-post-moderne-paedagogiks-far-16662/

Brok, Lene Storgaard & Schrøder, Vibeke (2014) "Hvordan ændrer teknologier læreres praksis, og hvad skal lærere lære om teknologi i lærerarbejdet" Dansk pædagogisk tidsskrift 3/2014

Christensen, Mette Strandgård (2019) "Hvad er dét særlige ved at undervise i matematik?" (udleveret i forbindelse med vejledning)

Hansen, Rune og Hansen, Povl. "Undersøgelsesbaseret matematikundervisning" Mona 2013/4

Larsen, Anders Folke & Hein, Mikkel (2006) "Undersøgende læringsmiljø i matematik" Mona 2006/4

Larsen, Dorte Moeskær & Lindhardt, Bent "Undersøgende aktiviteter og ræsonnementer i matematikundervisningen på mellemtrinnet" Mona 2019/1

Lauritsen, Helle "Projekt: Lærerne skal arbejde mere undersøgende i matematik" Folkeskolen.dk, Artikel fra 19.10.2018: https://www.folkeskolen.dk/644477/projekt-laererne-skal-arbejde-mere-undersoegende-i-matematik - besøgt d. 01.04.2019

Misfeldt, Morten "Når matematikere undersøger matematik" Mona 2014/4

Mogensen, Arne " Når pointer styrer matematikundervisningen" Mona 2012/3

Nabb, Keith "CAS som omstruktureringsredskab i matematikundervisningen" Oversat af Niels Johnsen. Mona 2016/3

Pind, Pernille (2015) " Undersøgende arbejde i matematik" Tidskrift for regne- og matematiklærere, nr.6

Kurt, Serhat (2018) "Teknologisk pædagogisk indholdskendskab (TPACK) Framework", i *undervisningsteknologi* Hentet fra https://educationaltechnology.net/technological-pedagogical-content-knowledge-tpack-framework /

Teglskov, Rikke (2018) "It i matematikundervisningen". Et arbejdsdokument til undervisningsbrug på PD hold.

Thejsen , Thorkild (2013) "Dialog er vigtig i matematikundervisning med Inquiry Based Learning" Bachelorprojekt matematik mellemtrinnet, d. 21.sep. 2013 Fra: folkeskolen.dk hentet d. 25.02.2019

Artikler Fra http://kidm.dk/matematik/laerer/matematik-laerer/oversigt/fagdidaktik/matematikdidaktiske-tanker/

besøgt d. 25.03.2019 - Kode: matematikdidaktik

KiDM – artikler skrevet af Niels Jacob Hansen, Leif Vejbæk, Bent Lindhardt, Mie Jensen, Dorte Moeskær, Mette Hjelmborg, Hanne Duebak, Flemming Ejdrup, Anette Søndergaard, Claus Michelsen, Annette Skipper Jørgensen og Morten Misfeldt.

"Undersøgende matematik – En lang historie og en stor udbredelse"

"Strukturen i en undersøgende undervisning"

"Når eleverne arbejder undersøgende"

"En spørgende og dialogisk undervisning"

"Matematik i anvendelse"

"Elevdeltagelse og lærerrollen"

"Tre udvalgte matematiske kompetencer"

Magasin/folder

Vild med matematik, Undersøgende matematik (2019 #1) Alinea

KiDM (2017) skrevet af Claus Michelsen, Jonas Dreyøe, Mette Dreier Hjelmborg, Dorte Moeskær Larsen, Bent Lindhardt og Morten Misfeldt "Forskningsbaseret viden om undersøgende matematikundervisning", udgivet digitalt, okt 2017, læremiddel.dk på kidm.dk

Nyhedsbreve

FPnyt 2, oktober 2018

Internet

Projektbeskrivelse KiDM – Kvalitet i dansk og matematik, Projektleder: Thomas Illum Hansen.

http://laeremiddel.dk/projekter/kidm-bedre-kvalitet-i-dansk-og-matematik/ Besøgt d.11.03.2019

Formål for matematik: https://www.emu.dk/grundskole/matematik/formal Besøgt d. 22.04.2019

Power point/dias

Blomhøj, Morten: “Undersøgende matematikundervisning – teoretisk grundlag og praktisk udfoldelse”, RUC

Dreyøe, Jonas (2018): “Er It en frelser eller en forbandelse i matematikundervisningen”

Bilag 1: Spørgeskema til kollegaerne.

Spørgeskemaundersøgelse i forbindelse med afsluttende projekt som matematikvejledere.

I forbindelse med vores afsluttende projekt, vil vi gerne undersøge, hvilke opgaver I tænker, at vi som matematikvejledere, skal arbejde på for at hjælpe jer i jeres daglige undervisning.

Første del af undersøgelsen er nogle generelle spørgsmål og sidste del går på mere konkrete forhold.

Spørgeskemaet vil som udgangspunkt være anonymt, men på frivillig basis, kan man skrive sit navn på, da vi vil være glade for at kunne stille uddybende spørgsmål senere. Alle svar vil blive anonymiseret i opgaven.

Evt. initialer _________________________

1. Hvilken afdeling underviser du primært i:

indskoling	mellemtrin	udskoling	Andet

2. Har du matematik som linjefag Ja ☐ nej ☐ Andet ☐

   Hvis Andet, så uddyb venligst: ____

3. Nævn 3 opgaver du forstiller dig at en matematikvejleder kan varetage:

   ____

   ____

   ____

4. Er der dele af matematikundervisningen, du finder særligt krævende?

   ____

   ____

   ____

   ____

5. Er der bestemte opgaver du bruger meget tid på?

   ____

   ____

   ____

   ____

6. Er der dele af faget som du gerne vil løfte eller gøre en særlig indsats i forhold til?
   a) I forhold til egne kompetencer:

   ____

   ____

   ____

   ____

   b) I forhold til undervisningen:

   ____

   ____

   ____

   ____

7. Prioriter følgende vejlederopgaver fra 1-3, hvor 1 er det vigtigste:

Vejledning (kan både være en-til-en ell. i grupper.	Fagudvalgsmøder	Aktiviteter med eleverne.
_________	_________	_________

De næste spørgsmål bliver mere konkrete:

8. Hvad forstår du ved undersøgende matematik?

   ____

   ____

   ____

   ____

9. Hvor ofte laver du undersøgende matematik i din undervisning?

1 gang om ugen	**1 gang om måneden**	**3-4 gange om året**	**Andet**

Hvis andet beskriv venligst:____

10. Giv et eksempel på et forløb med undersøgende undervisning, du har lavet med en klasse:

    ____

    ____

    ____

    ____

11. Ved du hvor du kan hente inspiration til undersøgende matematik Ja ☐ nej ☐

    Hvis ja, hvor:

    ____

    ____

12. Ville du lave mere undersøgende matematik, hvis materialet var lettere tilgængeligt?

    Ja ☐ Nej ☐ Ved ikke ☐

13. Er der andre betingelser, der skal være opfyldt førend du kan/vil bruge det?

    ____

    ____

14. Ville det have indflydelse på dit valg, hvis det var matematikvejlederen, der stod for undervisningen?

    Ja ☐ Nej ☐ Ved ikke ☐

    Hvorfor:____

    ____

    ____

15. Ville du bruge et matematikværksted, hvis skolen havde et?

Ja ☐ Nej ☐ Ved ikke ☐

Uddyb

gerne:____

16. Har du yderligere kommentarer:

Tak for hjælpen.

Hilsen Nita og Louise

Bilag 2: Interviewguide elev

Hvordan synes du undervisningen i dag har været?

Hvad har været som det plejer?

Har der været noget, der var anderledes?

Er det nogle gode ting vi har lavet, eller er der noget andet du hellere ville?

Kunne du tænke dig at lave noget lignende igen en anden gang?

Hvilke øvelser kunne du bedst lige? - Hvorfor?

Har du lært noget nyt?

Har du prøvet noget lignende før?

Er der noget, som bliver lettere at forstå, når man skal "gøre noget" f.eks flytte perler eller tal?

Er der noget vi kunne have gjort anderledes?

Bilag 3: Interviewguide lærer

Er der noget du af dig selv, har lyst til at fortælle efter disse mandage?

Tror du at denne type arbejde er med til at motivere eleverne?

Alle – eller hvor stor en del?

Er der nogen, som deltager mere end de ellers ville?

Er der nogen denne type arbejde ikke passer til?

Er der nogen, som deltager mindre end de eller ville?

…. hvorfor?

Hvad lagde du mærke til i forhold til klasseledelse?

Kræver det mere eller mindre klasseledelse, eller er det det samme?

Er der noget af det klassen lavede, som du vil gøre mere af i din undervisning?

Har det medført nogen ændring i forhold til, hvordan du selv vil planlægge undervisningen i fremtiden?

I forhold til undervisningsdifferentiering, ser du så nogle fordele ved denne undervisning?

- Ser du nogle ulemper?

Hvilke begrundelser tænker du, der er for at gennemføre denne type undervisning?

Bilag 4: Lydfil: Interview med "Elev nr. 1".

Bilag 5: Lydfil: Interview med "Elev nr. 2"

Bilag 6: Lydfil: Interview med "Elev nr. 3"

Bilag 7: Lydfil: Interview med "Elev nr. 4"

Bilag 8: Lydfil: Interview med "Lærer"

Hvis lydfilerne ikke virker efter upload til WISEflow, kan de rekvireres på mail ved at sende en mail til loui731f@stevnsskolerne.dk

Bilag 9: Vores undervisning placeret i det tredimensionelle rum.