BACHELOR I MATEMATIK

Er undersøgelsesbaseret matematikundervisning god undervisning?

Resumé

Hvilke muligheder rummer en undersøgelsesbaseret matematikundervisning i udskolingen i forhold til elevernes alsidige udvikling?

Antal anslag: 83.342

Caroline Djurhuus Johansen

L100049

Indhold

1.1 – Indledning 3

1.2 – Problemformulering 4

1.3 – Afgrænsning 4

1.4 – Metode 4

1.5 – Teori 5

2.1 – Undersøgelsesbaseret matematikundervisning 7

2.2 – Inquiry Based Science Education 8

2.3 – Analyse 11

2.4 – Læringssyn 13

2.5 – Matematikdidaktiske skoler 14

2.5.1 – Freudenthal 15

2.5.2 – Brousseau 16

2.5.3 – Matematikdidaktiske skoler set i lyset af IBSE 17

3.1 – Alsidige udvikling 19

3.2 – Elevens lyst til at lære mere 19

3.3 – Mulighed for at lære på forskellige måder 20

3.4 – At lære sammen med andre 21

4.1 – Fælles Mål 22

4.2 – Kompetence 24

4.3 – Evaluering af kompetence 26

5.1 – God undervisning? 29

6.1 – Konklusion 31

7.1 – Perspektivering 32

Litteraturliste 35

Internetsider 36

Bilag 1 – Undervisningsforløbet 'Biografen' 38

Aktuel status 38

Formål 38

Mål 38

Indhold, stof/emne, arbejdsformer 39

Tilrettelæggelse af undervisningen: principper og organisering 40

Læreropgaver: Ledelse og organisering 40

Tegn 40

Evaluering 40

Refleksioner 40

Bilag 2– Biografen 43

1.1 – Indledning

I mit kommende virke som folkeskolelærer i bland andet faget matematik er jeg gennem folkeskolelovens § 10 forpligtet på, at min undervisning tager udgangspunkt i mit fags faghæfte, Fælles Mål matematik 2009: *Slutmål og trinmål angiver fælles nationale mål for, hvad undervisningen skal lede frem mod at eleverne har tilegnet sig af kundskaber og færdigheder i faget/emnet henholdsvis ved afslutningen af undervisningen og ved afslutningen af bestemte klassetrin* (Folkeskoleloven §10). Det er altså ved lovgivning givet, at min undervisning skal være styret af centralt stillede mål, men ifølge en undersøgelse af Danmarks Evalueringsinstitut (EVA) fra 2012 fremgår det, at lærere, herunder også matematiklærere, ikke lader sig styre af Fælles Mål for matematik, men at det i stedet for bliver brugt *enten som en tjekliste over, hvilke emner årsplanen skal indeholde, eller som en overordnet retningsgiver for, om den planlagte undervisning er på rette vej* (EVA, 2012, 8). Man kan her tale om, at der sker en afvigelse fra folkeskoleloven, idet formålet for faget matematik er, at *eleverne udvikler matematiske kompetencer og opnår viden og kunnen således, at de bliver i stand til at begå sig hensigtsmæssigt i matematikrelaterede situationer vedrørende dagligliv, samfundsliv og naturforhold* (faghæfte 12), hvilket stemmer overens med folkeskolens formål, som blandt andet er, at den skal bidrage …*til deres* (elevernes) *forståelse for menneskets samspil med naturen og fremmer den enkelte elevs alsidige udvikling* (folkeskoleloven). Det er herigennem, at jeg ser det nødvendigt, at man som matematiklærer lader sig inspirere af Fælles Mål fremfor indholdsfortegnelsen i et bogsystem.

En anden undersøgelsen fra EVA: *Matematik på grundskolens mellemtrin - Skolernes arbejde med at udvikle elevernes matematikkompetence* fra 2006 påviser ligeledes, at matematiklærere i langt højere grad er indholdsstyret frem for målstyret (EVA 2006). Dette har to lektorer fra UCSyddanmark, Rune Hansen og Povl Hansen, også bidt mærke i, og de kommer i deres artikel *Undersøgelsesbaseret matematikundervisning* med konkrete bud på samt værktøjer til, hvorledes matematiklærere kan blive mindre styrede af deres bogsystemer. Ved at forsøge sig med denne undersøgelsesbaseret matematikundervisning kan matematikundervisningen opnå større relevans for eleverne, idet matematikken bringes i anvendelse, hvilket indgår som en del af fagets centrale kundskabs- og færdighedsområder. Derudover kan det bidrage til at opfylde folkeskolens formål § 2: *Folkeskolen skal udvikle arbejdsmetoder og skabe rammer for oplevelse, fordybelse og virkelyst, så eleverne udvikler erkendelse og fantasi og får tillid til egne muligheder og baggrund for at tage stilling og handle* (folkeskoleloven). Eller dette er i hvert fald min hypotese, som jeg gennem følgende problemformulering vil undersøge.

1.2 – Problemformulering

Hvilke muligheder rummer en undersøgelsesbaseret matematikundervisning i udskolingen i forhold til elevernes alsidige udvikling?

1.3 – Afgrænsning

For at afgrænse mulighederne for en undersøgelsesbaseret matematikundervisning ses dette i forhold til den traditionelle undervisning i Deweys forstand. Denne undervisning er karakteriseret ved, at *opdragelsens* (undervisningens) *emne er bestemte mængder af oplysninger og færdigheder* (Dewey 1996, 33), som skal læres ved *moralsk oplæring*, der *består i at indøve handlingsvaner i overensstemmelse med disse regler og standarder* (Dewey 1996, 33), hvilket også fremgår af EVA-undersøgelsen fra 2006, idet der her påvises, at undervisningen bærer præg af at *indøve færdigheder ved at træne eleverne i standard-algoritmer* (EVA 2006, 25). Yderligere er det *især lærebøger, som er hovedkilden til fortidens traditioner og visdom* (Dewey 1996). Denne tænkning ses stadig i dag, jf. indledningen. Desuden kan en traditionel undervisning ifølge Alrø og Skovsmose (2006) også karakteriseres som *Gæt Hvad Læreren Tænker*, og dermed får kommunikationen i klasserummet karakter som det Mehan kalder for IRE-modellen (Skott, m.fl., 2009), da jeg her ser en overensstemmelse mellem Alrø og Skovsmoses karakteristik af kommunikationen og Mehans model.

Det er denne traditionelle undervisning, jeg vil holde op i mod en undersøgelsesbaseret matematikundervisning i min bearbejdning af problemformuleringen.

1.4 – Metode

For at afdække min problemformulering anvender jeg en hermeneutisk metode, idet jeg fortolker tekster og teorier for at anvende disse i en analyse af et konkret undervisningsforløb med henblik på til sidst at vurdere, hvorvidt det kan kategoriseres som god matematikundervisning. Idet flere af teksterne ikke kan kategoriseres som primær litteratur, har jeg valgt at benytte flere kilder omhandlende det samme for at sikre mig, at litteraturen kan anvendes, hvorfor der nogle steder vil være angivet mere en end kilde. Opgaven har en overvejende teoretisk tilgang til problemformuleringen, da det undervisningsforløb, der ligger til grund for problemformuleringen, ikke er afprøvet i praksis med rette fokus, eftersom problemformuleringen og dermed opgavens fokus er blevet ændret undervejs, hvorved den inddragede empiris *validitet* (Skott, m.fl. 2009) er lav. Derudover kan der også stilles spørgsmålstegn ved undersøgelsens *reliabilitet* (Skott, m.fl. 2009), da empirien, der ligger til grund for analyserne, er baseret på observationerne fra episoder i min praktik på 4. årgang på læreruddannelsen. Den lave reliabilitet kommer

således til udtryk ved, at observationerne er mine fortolkninger af elevernes reaktioner og samtaler under mit eget forløb, og at der ingen anden uafhængig underviser var til stede til at gøre egne observationer.

For at gøre den videre læsning lettere overskuelig for læseren, følger en læsevejledning hertil. Først og fremmest er opgaven deduktivt opbygget, idet begreber ikke anvendes, førend de er defineret. Derudover inddrages praksis løbende med henblik på at analysere denne i forhold til den udvalgte teori. Opgaven er derfor inddelt i kapitler, således at kapitel 1 er en præsentation og begrundelse af problemformuleringen samt en præsentation af opgavens opbygning og inddragelse af litteratur. I kapitel 2 præsenteres læseren for begreberne undersøgelsesbaseret matematikundervisningen og Inquiry Based Science Education (IBSE) samt læringsteorien bag dette, da dette er omdrejningspunktet for opgaven. Opgavens 3. kapitel indeholder en begrundelse for IBSE som undervisningsmetode set i lyset af elevernes alsidige udvikling, idet jeg søger mulighederne herfor i en undersøgelsesbaseret matematikundervisning. Dernæst følger en faglig begrundelse heraf gennem Fælles Mål Matematik i kapitel 4, samt hvorledes undervisningen kan evalueres. Dernæst følger en diskussion af, hvorvidt en undersøgelsesbaseret matematikundervisning kan kategoriseres som god undervisning i kapitel 5. Opgavens 6. kapitel er en afrunding af opgaven, hvor problemformuleringen besvares. Til sidst perspektiveres der i kapitel 7 til et fremtidigt undervisningsforløb med afsæt i samme praksis, hvor forskellen er, at dette forløb lever op til kravene på en undersøgelsesbaseret matematikundervisning. Derudover hører der til opgaven to bilag, hvor det første er et undervisningsforløb, der er afprøvet i praksis, og på bilag to følger den konkrete opgave fra Kolorit for 8. Udover kapitelinddelingen er opgaven struktureret efter Blooms taksonomiske niveauer, da opgaven indeholder et redegørende, analyserende, diskuterende og vurderende plan.

1.5 – Teori

Begrebet undersøgelsesbaseret matematikundervisning spiller en ganske central rolle i denne opgave, derfor vil jeg først redegøre herfor, hvortil jeg vil se på forskellige definitioner med henblik på at runde af med en velreflekteret definition på dette begreb. Matematikdidaktikerne Morten Blomhøj, Ole Skovsmose og Helle Alrø beskæftiger sig alle med dette begreb, og gennem en sammenligning af deres udtalelser herom, konkluderer jeg, at de alle er mere eller mindre enige om en definition, da et markant fællestræk er, at det kræver et nysgerrigt undervisningsmiljø. Hvorledes sådan et miljø kan skabes, har Naturvidenskabernes Hus et bud på, idet de har udarbejdet en dansk model for den ellers internationale metode *Inquiry Based Science Education* (IBSE), hvorfor jeg vil se nærmere på denne. For bedre at kunne forstå baggrunden for denne metode, ses denne i lyset af erfaringspædagogen John Dewey, da han netop ser læring som følge af en refleksion over en erfaring, hvilket også er en del af IBSE. Efter denne redegørelse af begrebet undersøgelsesbaseret matematikundervisning vil jeg analysere min egen praksis i

forhold til dette med henblik på at kunne kategorisere min egen undervisning som værende af undersøgende karakter. Herefter vil jeg se nærmere på den undersøgelsesbaserede matematikundervisning med henblik på at fremstille det læringssyn, der ligger bag, da dette kan have betydning for udformningen af et fremtidigt undervisningsforløb. Dertil vil jeg først og fremmest anvende John Deweys konstruktivistiske syn på læring grundet hans refleksive tænkning. Udover Dewey og det konstruktivistiske læringssyn ser jeg det også nødvendigt at inddrage socialkonstruktivisten Lev Vygotsky, der har sproget som omdrejningspunkt, hvilket også er en vigtig dimension i den undersøgelsesbaserede matematikundervisning, da eleverne her blandt andet skal reflektere over sammenhængen mellem deres hypotese og udfaldet af eksperimentet, hvor det især er elevernes indre tale, der kommer i spil. Dette undersøgende element er at spore i to matematikdidaktiske skoler, henholdsvis Freudenthal med sin teori om realistisk matematikundervisning og Brousseaus teori om didaktiske situationer. Grunden til, at jeg kategoriserer disse to skoler som værende af undersøgende karakter, er, at eleverne i begge tilfælde skal genopdage matematikken blot i to forskellige sammenhænge. Til at beskrive disse to matematikdidaktiske skoler tages der afsæt i grundbogen *Delta*, hvor der suppleres med henholdsvis en artikel af Marja van den Heuvel-Panhuizen fra Freudenthal Instituttet og Carl Winsløws kapitel *Didaktiske situationer* i hans bog *Didaktiske elementer – En indføring i matematikkens og naturfagenes didaktik* for at understøtte teorien fra min grundbog.

Som en del af begrundelsen for anvendelsen af undersøgelsesbaseret matematikundervisning vil dette først blive set i lyset af elevernes alsidige udvikling, hvor der tages udgangspunkt i faghæfte 47 *Elevernes alsidige udvikling*. I dette faghæfte opstilles der tre kriterier for tilblivelsen af alsidig udvikling: 1) *Lysten til at lære mere*, 2) *Forskellige måder at lære på samt* 3) *At lære sammen med andre*, som hver især vil blive analyseret i forhold til en undersøgelsesbaseret matematikundervisning. Jeg vil inddrage John Atkinsons teori om præstationsmotivation, da han tager højde for både elevens egen interesse i stoffet samt stoffets sværhedsgrad. Det er dermed i spændet mellem disse, at motivationen opstår, således eleven befinder sig på et niveau, hvor der er optimal frustration. Jeg vælger her igen at inddrage to grundbøger med henblik på at fremstille denne teori så nuanceret som muligt. Derudover skal der også være mulighed for at lære på flere måder, hvorfor jeg vælger at inddrage Wolfgang Klafkis model for undervisningsdifferentiering, da denne opstiller flere forskellige differentieringsmuligheder. Slutteligt skal undervisningen også rumme mulighed for at lære sammen med andre, hvor jeg igen inddrager Lev Vygotsky, da jeg her ser det socialkonstruktivistiske læringssyn komme i spil. Udover elevens alsidige udvikling begrundes anvendelsen af undersøgelsesbaseret matematikundervisning også gennem Fælles Mål for faget matematik, hvor jeg på et overordnet plan analyserer dette i forhold til hvert enkelt af fagets centrale kundskabs- og færdighedsområder. I denne forbindelse inddrages Stephan Ting Graphs artikel *Wolfgang Klafkis*

dannelsesteori omhandlende Klafkis teori om epoketypiske nøgleproblemer samt det eksemplariske princip, da jeg her ser træk mellem disse og undersøgelsesbaseret matematikundervisning, idet der i begge tilfælde er tale om at bearbejde et matematisk problem, der på en eller anden måde vedrører alle i en konkret sammenhæng. Gennem denne analyse tydeliggøres behovet for at anvende Fælles Mål i planlægningsfasen fremfor indholdsfortegnelsen i grundbogen, hvilket ifølge to undersøgelser fra Danmarks Evalueringsinstitut er tilfældet. Desuden kommer det frem, at skolens opgave ifølge Karsten Schnacks artikel *Handlekompetence* er at gøre eleverne til handlekompetente borgere, hvilket medfører et øget fokus på matematiske kompetencer. Derfor anvender jeg KOM-rapporten til at analysere evalueringsværktøjer, der er særligt egnet til at evaluere matematiske kompetencer.

Den afsluttende del af opgaven indeholder en diskussion af, hvorvidt en undersøgelsesbaseret matematikundervisning kan kategoriseret som god undervisning gennem anvendelse af John Hatties og Hilbert Meyers omfattende undersøgelser herom. Jeg vælger at anvende begge teoretikere for at give en mere nuanceret diskussion af den gode undervisning, selvom de overordnet set er enige om dette. Opgaven rundes af med en konklusion på problemformuleringen samt en perspektivering til et fremtidigt forløb, som stemmer overens med de kriterier, jeg igennem opgaven er kommet frem til.

2.1 – Undersøgelsesbaseret matematikundervisning

Det helt nye *buzzword* indenfor matematikfaget er undersøgelsesbaseret matematikundervisning (Blomhøj 2013), og derfor vil jeg beskæftige mig med dette i opgaven. Derudover finder jeg også en begrundelse i folkeskolens formål stk. 2, idet den (folkeskolen) *skal udvikle arbejdsmetoder og skabe rammer for oplevelse, fordybelse og virkelyst, så eleverne udvikler erkendelse og fantasi* (folkeskoleloven). Lignende lyder det i formålet for faget matematik, da der også her lægges op til, at undervisningen skal *fremme kreativ virksomhed* (faghæfte 12). Disse ord stemmer overens med Blomhøjs (2013) definition: *Det* (undersøgende matematikundervisning) *kan løseligt defineres som undervisning, hvor eleverne arbejder målrettet med at afgrænse og formulere problemer, gennemføre og kritisere eksperimenter eller andre empiriske undersøgelser, opsøge information, konstruere modeller, danne hypoteser, debattere med hinanden og læreren samt at udvikle og formidle sammenhørende faglige argumenter* (Blomhøj 2013, 173). Jeg ser ligeledes her en kobling til Ole Skovsmoses teori om forskellige typer af læringsmiljøer, herunder undersøgelseslandskaber. En undervisning præget af denne tankegang er karakteriseret ved elevernes egen undren som motiv for læring (Skovsmose, 2003), da det er *karakteristisk for samtalen i undersøgelseslandskabet er, at lærerens 'Hvad nu hvis…?' efterhånden erstattes af elevernes 'Hvad nu hvis…?'* (Skovmose, 2003). Alrø og Skovsmose (2006) definerer således undersøgelseslandskaber som en matematikundervisning, hvor *der ikke er nogen på forhånd definerede opgaver, som skal løses. Læreren*

sætter scenen ved at introducere nogle temaer, som eleverne kan lade sig inspirere af, men de vælger selv deres vej ind i undersøgelseslandskabet (Alrø og Skovsmose 2006, 112). Denne definition på et undersøgelseslandskab ligner meget Blomhøjs definition på undersøgelsesbaseret matematik, da der i begge tilfælde er tale om, at eleverne skal afgrænse og formulere problemer i en situation opstillet af underviseren.

Ses dette i forhold til den føromtalte traditionelle undervisning[1] (med Skovsmoses ord *opgaveparadigmet*) er den største forskel kommunikationen, hvor det i en traditionel undervisning er læreren, der stiller spørgsmålene, bliver det eleverne, der tager styringen i en undersøgelsesbaseret matematikundervisning. Desuden bliver opgaverne mere og mere åbne problemstillinger, jo højere op (1-6) man bevæger sig i forhold til nedenstående skema:

	Opgaveparadigmet	Undersøgelseslandskaber
Referencer til 'ren' matematik	1	2
Referencer til en 'semi-virkelighed'	3	4
Reelle referencer	5	6

Figur 1: Tabel over undersøgelseslandskaber: Kilde: Skovsmose (2003)

Sammenholdes Blomhøjs definition på en undersøgelsesbaseret matematikundervisning med Skovsmoses undersøgelseslandskaber (2,4 og 6), findes der altså flere grader af denne type undervisning, men eleverne skal altså befinde sig i et undersøgelseslandskab med reelle referencer (6) for en fuldstændig overensstemmelse mellem de to definitioner. Det er dog ikke 'nødvendigt', altid at arbejde mod niveau 6, hvis man vil arbejde med en undersøgelsesbaseret matematikundervisning. Skovsmose skriver endda: *Jeg mener, at det er afgørende at udfordre opgaveparadigmet. Derimod er det ikke sikkert, at det er en god idé altid at bevæge sig i retning af (6). Opgaveparadigmet kan også udfordres gennem en bevægelse fra (1) til (2) eller fra (3) til (4)* (Skovsmose 2003, 152).

I dette afsnit har jeg behandlet undersøgelsesbaseret matematikundervisning på et overordnet plan, derfor vil jeg i det følgende afsnit konkretisere dette ved inddragelse af IBSE som en metode at føre denne undervisning på.

2.2 – Inquiry Based Science Education

Med dette afsnit ønsker jeg at definere IBSE som en undervisningsmetode, hvor jeg vil tage udgangspunkt i Fibonacci-projektets definition af heraf for at sammenholde denne med Deweys erkendelsesteori.

[1] Se afsnittet Afgrænsning

[2] *I sin mest generelle formulering består den didaktiske kontrakt af de gensidige forventninger om, at eleven forventes at lære, og at læreren forventes at undervise, dvs. at muliggøre læring*. (Skott, m.fl. 2009, 421)

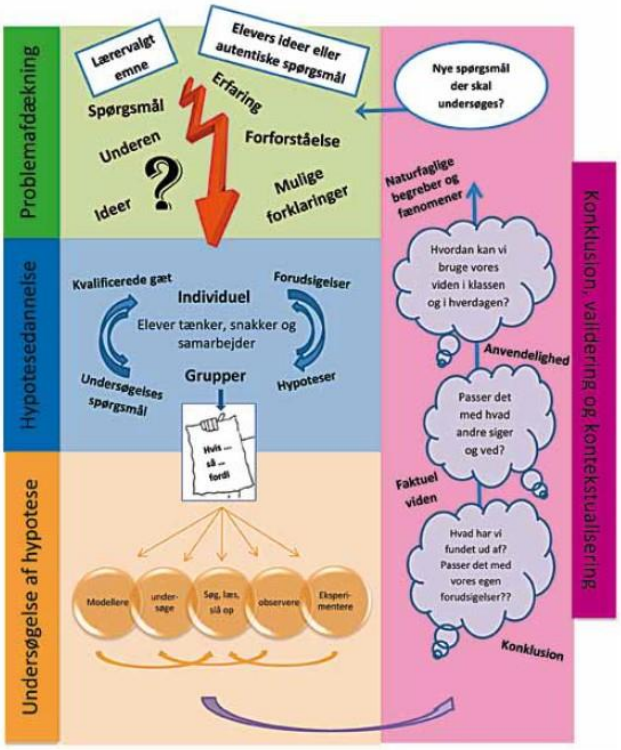
[3] Med termen klasseundervisning menes der undervisning, hvor læreren underviser hele klassen som en slags forelæsning

Derudover vil jeg inddrage Ole Skovsmoses teori om undersøgelseslandskaber samt modellen på figur 2 fra et udviklingsprojekt foretaget af Naturvidenskabernes Hus *IBSE – Deltagerstyret problem- og undersøgelsesbaseret naturfagsundervisning* som analyseredskab med henblik på enten at kvalificere eller dekvalificere min undervisning som undersøgende matematikundervisning gennem en analyse heraf.

Fibonacci Projektet opstiller 3 søjler og 9 grundsten som undervisningen skal indeholde for læring of undervisning gennem IBSE. Jeg vælger at fremhæve den første søjle *Inquiry based science and mathematics education for scientific literacy,* da der her siges noget om den konkrete undervisning – både i forhold til elever (1) og til undervisere (2):

1. *Students develop concepts that enable them to understand the scientific aspects of the world around them through their own thinking, using critical and logical reasoning about evidence that they have gathered*
2. *Teachers lead students to develop the skills necessary for inquiry and the understanding of science concepts through their own activity*

Med egne ord betyder dette, at den lærende (eleven) bliver centrum for undervisning, og at underviseren agerer som vejleder i elevens læringsproces. Denne tænkning ses også hos filosoffen Dewey, da han siger, at *det er hans (*underviserens*) opgave at formidle de erfaringer, som på den ene side ikke frastøder eleven, men snarere* ***aktiviserer*** *ham, og på den anden side er mere end blot umiddelbart behagelige, idet de fremmer muligheden for at få ønskværdige fremtidige* ***erfaringer*** *og oplevelser* (Dewey 1996, 41). Det er især i formuleringen *aktiviserer*, at jeg kan se en sammenligning mellem IBSE-tænkningen og Dewey, da det i begge tilfælde er eleven, der skal gøre sig erfaringer med et fagligt stof, og at læreren skaber rammerne herfor. Yderligere er dette også et karaktertræk for et undersøgelseslandskab, idet det er kendetegnet ved, at det er eleven, der stiller spørgsmålene fremfor underviseren. Jeg valgte også at markere ordet *erfaringer*, da dette ord kræver en mindre uddybning: Ifølge Dewey skal man igennem to faser, før der er tale om en erfaring – en aktiv og en passiv (Dale 2008; Dewey 1996). Den aktive fase er selve forsøgene og eksperimenterne, hvor den passive er refleksionen over den aktive fase. Det er således den passive fase, der sikrer, at man lærer af erfaringen. Derudover ser jeg også ligheder mellem IBSE-tænkningen og Deweys erkendelsesteori, da en tanke ifølge Dewey altid må have *en relation til et bestemt problem, til et bestemt spørgsmål, og han kan ikke forstå andet ved, at den er sand, end det, at den tjener til at løse dette problem, og at det derfor er nyttigt at handle efter den. De resultater, man når frem til i sine undersøgelser, er ikke eviggyldige ubetvivlelige sandheder; men hypoteser om hvorledes konkrete problemer kan løses* (Fink 1996, 18).



Figur 2: Kilde: Publikation: IBSE Deltagerstyret problem- og undersøgelsesorienteret naturfagsundervisning

Det er netop dette undersøgende element, der er bærende inden for IBSE-tænkningen, hvilket kommer til udtryk i modellen på figur 2, hvilket til forveksling minder om Deweys fem faser i hans problemmetode (Lindqvist 2004, 146):

1. *Forslag (udtænker forskellige løsninger)*
2. *Problem (vanskeligheden og den forvirring, man har følt)*
3. *Hypoteser (prøver forskellige løsninger på problemet)*
4. *Ræsonnement*
5. *Afprøvning af hypotesen gennem faktiske eller imaginære handlinger*

Gennem en sammenligning af Naturvidenskabernes Hus' (NVH) model for undersøgende undervisning og Deweys problemmetode, ser jeg både ligheder og forskelle. Overordnet set er det af min opfattelse, at ved at støtte sig af NVH's model i en undervisningssituation, gennemløber man også Deweys fem faser, da man i begge tilfælde kommer igennem en opstartsfase, hvor man indskrænker et problem; en hypotesedannelsesfase, hvor man gør sig overvejelser over, hvorledes problemet kan undersøges samt mulige udfald heraf; en udførelse af undersøgelsen samt en refleksion over det endelige udfald. Dermed mener jeg, at NVH's model med fordel kan anvendes som en guideline til at analysere en praksis i forhold til undersøgelsesbaseret matematikundervisning.

Sammenholdes trin 3 *Undersøgelse af hypotese* med Blomhøjs definition af undersøgelsesbaseret matematikundervisning samt Skovsmoses undersøgelseslandskaber fra foregående afsnit, er der ligheder at spore, da eleverne i alle tilfælde skal opstille og afgrænse problemer, som skal afprøves og vurderes kritisk for til sidst at konkludere på dette i fællesskab (Blomhøj 2013; Fibonacci-Project). Desuden fremkommer Deweys refleksive tænkning over praksis (eksperimenter) til syne i trin 4 *Konklusion, validering og kontekstualisering*, da eleverne her skal reflektere over udfaldet og sammenholde dette med deres hypotese fra trin 2 *Hypotesedannelse*. Jeg kan hermed efter denne teoretiske tilgang til IBSE konkludere, at modellen i figur 2 med fordel kan anvendes som et planlægnings- og/eller analyseredskab til en undersøgende matematikundervisning, hvilket jeg vil gøre i det følgende afsnit.

2.3 – Analyse

Jeg vil i dette afsnit se nærmere på min egen praksis i håb om at kunne kvalificere den som en undervisning med afsæt i IBSE-tænkningen, hvilket jeg vil gøre ved først at kategorisere min egen praksis i forhold til Skovsmoses undersøgelseslandskaber, for derefter at analysere min praksis i forhold til modellen i figur 2 ved hjælp af observationer gennem forløbet.

Mit undervisningsforløb fra praktikperioden på 4. årgang kan delvist karakteriseres som et undersøgelseslandskab med referencer fra en 'semi-virkelighed' (4). Grunden til, at jeg kun skriver delvist, er, at eleverne ikke arbejdede i dette undersøgelseslandskab under hele forløbet. I de indledende opgaver befandt eleverne sig i opgaveparadigmet med referencer til en 'semi-virkelighed', da opgaverne er stillet på forhånd, hvorimod eleverne fik mulighed for at bevæge sig ud i et undersøgelseslandskab i opgave 9, eftersom denne opgave var af forholdsvist åben karakter. Derudover blev der også stillet krav til elevernes refleksive tænkning med spørgsmålene 8 og 10 samt det lærerstillede spørgsmål: *Overvej funktionaliteten af jeres bæger*. Referencerne til en 'semi-virkelighed' ligger i, at de informationer, eleverne arbejdede med, ikke stammede fra en reel biograf, men blot data fra deres grundbog. Ifølge Skovsmose befandt mine elever sig altså et sted mellem niveau (3) og niveau (4). I det følgende vil jeg analysere min praksis i forhold til IBSE med henblik på at afklare, hvorvidt eleverne kom rundt i modellen på figur 2, der består af de 4 nedenstående faser:

1. Problemtænkning

   Som det fremgår af modellen er der tre muligheder for typer af emner: lærervalgt, elevers idéer eller autentiske spørgsmål. I mit tilfælde er der tale om et lærervalgt emne, der blev præsenteret i et oplæg omkring Biografen. Fokus var her ikke at komme frem til et problem, men derimod at skabe et fælles grundlag for det videre arbejde. Selve problemtænkningen kommer først til udtryk i de sidste opgaver (opgave 8-10, Bilag 2), hvor

eleverne blandt andet skulle designe et nyt popcornbæger. Grunden til dette var, at undervisningen var deduktivt opbygget, således eleverne først blev præsenteret for opgaver, hvor de skulle anvende relevante matematiske færdigheder. Alligevel blev denne problemtænkning begrænset idet spørgsmålene var givet på forhånd. Der var dog lagt op til fra undervisers side, at man gerne måtte udbygge disse, jf. det lærerstillede spørgsmål.

2. Hypotesedannelse

Denne fase kom til syne i undervisningsforløbet i opgaven, hvor eleverne skulle komme med et bud på, hvorvidt de kunne fremstille et bæger, der kunne rumme 5L popcorn, som havde en anden form en den sædvanlige pyramidestub og samtidig skulle være funktionel (opgave 9b samt det lærerstillede spørgsmål). Om det var fordi, at eleverne ikke var vant til denne form for undervisning, eller om de bare ikke fandt opgaverne interessante, har jeg ikke noget svar på, men eleverne var forholdsvist hurtige igennem denne fase. En typisk samtale, jeg overhørte ved grupperne i forbindelse med besvarelsen af denne opgave, var:

E1: *Hvilken form kan bægret så have?*

E2: *Det ved jeg ikke. En kasse?*

E1: *Ja, god idé. Hvordan er det, man finder rumfanget af sådan én?*

E2: *Det er vist højden gange bredden gange dybden*.

E1: *Fint. Så skal vi bare finde nogle mål, så rumfanget bliver 5L*

Fordi jeg har en viden om eleverne, eftersom denne situation stammer fra min undervisning, kan jeg udlede følgende af samtalen: Der foregik ikke megen refleksion over opgaven. Langt de fleste elever undlod at overveje funktionalitet af deres løsning, idet nogle elever kom med et forslag, der lød: 50*10*10. Gruppen, der kom med denne besvarelse, havde da heller ikke overvejet, hvordan denne kasse ville se ud i praksis (læs mere herom under punkt 4)

3. Undersøgelse af hypotese

Det er i denne fase, at eleverne skal efterprøve deres hypotese, hvilket de også gjorde i mit forløb i praktikken. Da eleverne havde opstillet deres hypotese, undersøgte de i grupper denne gennem matematiske beregninger i form af rumfanget af deres nye bægre, hvorefter eleverne reflekterede over deres resultater, hvilket ifølge Dewey er her, læringen/erfaringen sker. Denne fase kunne have haft en mere undersøgende tilgang, hvis eleverne også skulle fremstille deres nye bægre – dette var der dog ikke tid til.

4. Konklusion, validering og kontekstualisering

Eleverne blev præsenteret for dette trin gennem evalueringen på forløbet i form af en fremlæggelse af deres undersøgelse. Det var hensigten, at eleverne skulle fremlægge deres resultater og overvejelser for resten af klassen med henblik på, at der skulle opstå en samtale/diskussion om, hvem der var kommet frem til den bedste løsning. Dette gik dog ikke efter planen, da eleverne ikke – bortset fra én gruppe – forholdt sig kritisk til deres resultater. Denne gruppe reflekterede over deres forslag til et popcornbæger, en kegle med højden 47cm og en diameter på 20. De havde gjort overvejelser som for eksempel, at selvom rumfanget af keglen var 5L, ville der være en del spild i dette bæger, da bunden er meget spids. Eleverne udtrykte, at de ikke selv syntes, at bægret var særligt funktionelt, da *man ikke bare lige kan sætte det fra sig* (citat fra elev), og at *der nok er en grund til, at bægrene har den form, de har* (citat fra elev).

En anden gruppe, der skilte sig ud, var gruppen, der kom med en kasse som forslag (50*10*10). Til fremlæggelsen spurgte jeg ind til valg af mål, og deres svar var: *Det var lige det første regnestykke, vi kunne komme på, der gav 5000cm^3, som jo er 5L* (citat fra elev). Da jeg spurgte ind til formen på kassen, havde eleverne heller ikke gjort sig nogle overvejelser herom. Efter en dialog mellem mig og gruppen (se afsnittet *Evaluering af kompetence*), kom vi frem til, at dette ikke var en særlig funktionel løsning.

Overordnet set opfylder mit praktikforløb i mindre omfang en undervisning med afsæt i IBSE-tænkningen. Men på grund af den deduktive opbygning af undervisningen i dette forløb, begrænser det elevernes mulighed for at arbejde undersøgende. Jeg kan hermed konkludere, at en undersøgelsesbaseret matematikundervisning kan karakteriseres ved at arbejde ud fra IBSE-tænkningen, hvor eleverne skal igennem de 4 trin *Problemtænkning*; *Hypotesedannelse*; *Design og udførelse af undersøgelse* samt *Konklusion, validering og kontekstualisering*. Derudover kan jeg også konkludere, at min undervisning i praktikken ikke opfylder kravene i forhold til IBSE. Med henblik på at optimere egen undervisning vil jeg i det følgende analysere didaktikken bag IBSE for at finde frem til det læringssyn, der ligger bag denne tænkning, således jeg kan blive i stand til at opstille en ny praksis.

2.4 – Læringssyn

Gennem definitionerne på en undersøgelsesbaseret matematikundervisning og IBSE-tænkningen fra de forrige afsnit, ser jeg træk fra det konstruktivistiske læringssyn, da der her tale om, at eleverne selv skal konstruere deres viden gennem en undersøgende tilgang til undervisningen. I en undervisning, der er præget af IBSE-tænkningen, kommer konstruktionen til syne, da eleverne selv skal *…afgrænse og formulere, gennemføre og kritisere eksperimenter…*, hvor erfaringen sker, idet eleverne udfører

eksperimenter og forholder sig kritisk til dem. Dermed kategoriseres Dewey som konstruktivist. Derudover ser jeg også træk fra et socialkonstruktivistisk læringssyn, da dette *tager udgangspunkt i at både læring og kundskab må ses i lyset af kulturen, sproget og i det hele taget det fællesskab som vi hører til i* (Imsen 2010, 32). Dette begrundes med, at undervisningen i det hele taget kan ses som et fællesskab, hvor sproget spiller en betydningsfuld rolle, bl.a. i form af kommunikationen lærer-elev og elev-elev imellem samt det skriftlige sprog i lærebøgerne. Derudover er der også det nonverbale sprog, i dette tilfælde den indre tale (Wahl-Andersen 2010). Ifølge Vygotsky må eleverne beherske et ydre sprog, førend de mestrer et indre sprog, hvilket ligger til grund for det skriftlige sprog (Imsen 2010). Når elever skal lære noget nyt, vil de typisk vende tilbage til det ydre sprog, da *jo mere kompleks situationen er, desto vigtigere er det at barnet kan bruge sproget for i det hele taget at magte opgaven* (Imsen 2010, 222). I det afprøvede undervisningsforløb (bilag 1) kom dette til udtryk ved, at det nye emne blev præsenteret gennem en dialog med klassen.

Som eksempel på en socialkonstruktivistisk teoretiker vælger jeg at anvende Lev Vygotsky, idet det er hans opfattelse, ligesom Deweys, at elevens erfaringer udgør alt i oplæringsprocessen (Lindqvist 2004, Fink 1996). Derudover har Vygotsky også in mente, at der er tre elementer i et ord: Lyd, betydning og billede (Lindqvist 2004). Denne sproglige dimension er vigtig for elevernes læring, da det er, når eleverne forstår sammenhængen mellem disse tre elementer, at der er tale om læring (Wahl-Andersen 2010). Disse tre elementer kommer til udtryk i en undersøgelsesbaseret undervisning, idet der i problemafdækningsfasen jf. figur 2 bl.a. tages udgangspunkt i elevernes forforståelser af det udtrykte ord/begreb, og derefter får de sat billeder derpå gennem undersøgelserne. Desuden kan det være, at eleverne endda får flere forskellige billeder koblet på samme begreb i den afsluttende fase, idet de skal sammenligne hinandens resultater.

Det er med disse overvejelser, at jeg konkluderer, at der i en undervisning, hvor der tages afsæt i IBSE, ligger et socialkonstruktivistisk læringssyn bag. Jeg vil i det følgende se nærmere på to matematikdidaktiske skoler, der er præget af en undersøgende tilgang til undervisningen.

2.5 – Matematikdidaktiske skoler

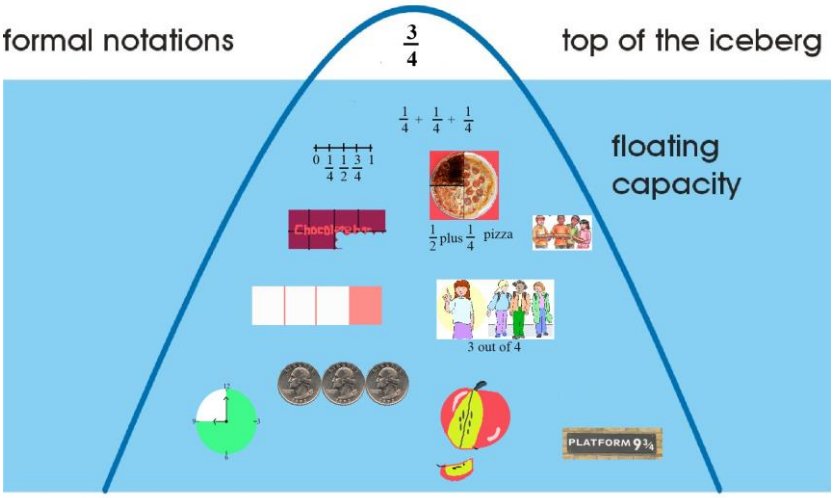
Ved hjælp af den indtil nu bearbejdede teori vil jeg se nærmere på to matematikdidaktiske skoler, henholdsvis Brousseau og Fredenthal, med henblik på at kunne kategorisere disse som værende af undersøgende karakter. Dertil vil jeg først beskrive, hvorledes de to skoler anskuer matematikken for derefter at analysere dem i forhold til undersøgende matematikundervisning og IBSE.

2.5.1 – Freudenthal

Den tyske matematikdidaktiker Hans Freudenthal (1905-1990) er manden bag Freudenthalinstituttet og grundlæggeren til den fagdidaktiske retning RME, realistic mathematics education – oversat til dansk: realistisk matematikundervisning. Denne metode er også kendt som den hollandske metode (*the Dutch approch* (van den Heuvel-Panhuizen, 2009)).

Det realistiske (R'et) ligger i, at matematikken først læres i en konkret sammenhæng for derefter at bringe den i anvendelse, hvor det i den traditionelle undervisning ofte er omvendt, jf. afsnittet 'Afgræsning', da det her er almindeligt, at matematikken læres først for derefter at kunne anvende den i konkrete sammenhænge. Denne sammenhæng behøver ikke nødvendigvis at være virkelighedsnær, men kan ifølge Marja van den Heuvel-Panhuizen sagtens være en fantasiverden, idet hun i *'Mathematics Education in Netherlands – a guided tour'* skriver: *the fantasy world of fairy tales and even the formal world of mathematics can provide suitable contexts for a problem, as long as they are real in the student's mind* (van den Heuvel-Panhuizen 2009, 4). Dette vil altså sige, at undervisningens indhold skal præsenteres således, at det inviterer eleverne til at undersøge det matematiske problem, ligesom det gør sig gældende for Skovsmoses undersøgelseslandskaber (Skovsmose 2003).

Det matematiske (M'et) kommer til udtryk ved, at eleverne arbejder med forholdsvist ukendt stof, hvor de selv skal finde en metode at løse problemet på, hvorved opgaverne får en problemløsningskarakter. Eleverne skal dermed genopdage matematikken, som i realistisk matematikundervisning kaldes matematisering, hvor eleverne skal gennemløbe de tre faser; uformel, præformel og formel (Skott, m.fl. 2009; van den Heuvel-Panhuizen 2009). Det er denne tænkning, der ligger til grund for Isbjergmodellen fra Freudenthal Instituttet (Webb m.fl. 2007).



Figur 3: Isbjergmodellen. Kilde: Webb, m.fl. (2007)

Som det er illustreret i figur 3, er det formelle niveau formålet med undervisningen i form af en standard algoritme repræsenteret i toppen af isbjerget. For at nå målet, må undervisningen ifølge Webb, Boswinkel og Dekker tage udgangspunkt i elevernes hverdagserfaringer, og der arbejdes dermed på et uformelt niveau. Det præformelle niveau er kendetegnet ved, at eleverne går fra at anvende konkrete eksempler til at benytte sig af matematiske notationer, dog uden at anvende standardalgoritmen.

I realistisk matematikundervisning tages der således udgangspunkt i isbjergmodellen, idet der er udvalgt et matematisk emne, som præsenteres i en kontekst, der giver mening for eleverne, og at eleverne selv skal finde vejen til løsningen. Det er dermed processen, der er i højsædet i en sådan undervisning, idet den skal være med til at støtte eleverne i at udvikle færdigheder og forståelse af centrale matematiske produkt (Skott, m.fl. 2009)

2.5.2 – Brousseau

Foruden Freudanthal og realistisk matematikundervisning har også den franske matematikdidaktiker Guy Brousseau et bud på, hvorledes matematikundervisningen kan tage undersøgende karakter gennem teorien om didaktiske situationer, som jeg i det følgende kort vil beskrive.

Et centralt element i Brousseaus teori om didaktiske situationer er, at undervisningen er formet således, at den introducerer situationer, *hvor eleven kan konstruere personlig viden som respons på den situation, hun konfronteres med i miljøet* (Skott, m.fl. 2009, 426). Denne situation er desuden karakteriseret ved, at den tager form som et didaktisk spil forstået på den måde, at eleverne bliver præsenteret for en situation, hvor de skal løse et matematisk problem ved at finde vinderstrategier hertil. Spillet kommer til udtryk i, at der lægges op til, at man enten kan vinde eller tabe i vejen frem mod den rigtige strategi (Winsløw 2006; Skott, m.fl. 2009). Det er således herigennem, at det tydeliggøres, at Brousseau har en konstruktivistisk tilgang til matematikundervisningen, da eleverne selv skal konstruere den matematiske viden. Derudover tillægger Brousseau også den didaktiske kontrakt[2] en stor værdi, da det ifølge ham først er, når denne brydes, at der er tale om læring, idet han siger: *In fact learning will not be based on the correct functioning of the contract, but rather on breaking it* (citat af Brousseau i: Skott, m.fl. 2009, 423). Der er dog ikke tale om et hvilket som helst brud på kontrakten, men om en a-didaktisk situation, der er karakteriseret ved, at eleverne arbejder mere selvstændigt end ved den traditionelle undervisning (jf. 'Afgrænsning'), idet det er intentionen, at eleverne selv skal opdage eller genopdage matematikken (Winsløw 2006). For at dette kan lade sig gøre i praksis inddeler Brousseau undervisningen i følgende fem faser: 1) Devolution, 2) Handlingssituationer, 3)

[2] *I sin mest generelle formulering består den didaktiske kontrakt af de gensidige forventninger om, at eleven forventes at lære, og at læreren forventes at undervise, dvs. at muliggøre læring*. (Skott, m.fl. 2009, 421)

Formuleringssituationer, 4) Valideringssituationer og 5) Institutionalisering. Disse fem faser minder til forveksling meget om Deweys 5 faser for problemmetoden, hvilket jeg vil uddybe i det næste afsnit.

Ved at tage udgangspunkt i Brousseaus teori om didaktiske situationer stiller det altså krav til underviseren om, at opstille en situation, hvor det bliver muligt for eleverne at befinde sig i en a-didaktisk situation.

2.5.3 – Matematikdidaktiske skoler set i lyset af IBSE

I de to foregående afsnit har jeg beskrevet to matematikdidaktiske skoler, Freudenthal med realistisk matematikundervisning (RME) og Brousseau med teorien om didaktiske situationer (TDS). Dette afsnit vil indeholde en analyse af disse to skoler set i forhold til en undersøgelsesbaseret matematikundervisning. Desuden vil min praksis (se bilag 1 og bilag 2) ligeledes blevet analyseret i forhold til disse matematikdidaktiske skoler. Men først følger en kort sammenligning af disse.

I begge tilfælde er der tale om, at eleverne selv skal genopdage matematikken i en konkret situation, hvor forskellen ligger i udgangspunktet for denne situation. I RME tages der udgangspunkt i elevernes forforståelser, jf. isbjergmodellen figur 3, hvor det i TDS er i en lærervalgt situation, at eleverne på mere eller mindre egen hånd skal genopdage matematikken. I både RME og TDS kan jeg se træk fra en undersøgelsesbaseret matematikundervisning. I RME kommer dette til udtryk ved, at eleverne skal opdage matematikken på egen hånd. Derudover kan jeg gennem en sammenligning af IBSE-modellen i figur 2 og isbjergmodellen i figur 3 se en vis overensstemmelse, da IBSE-modellens fase 1 *Problemtænkning* danner grundlag for det videre arbejde ligesom isbjergmodellens uformelle stadie. Det præformelle stadie kan ses i fase 2 og 3 *Hypotesedannelse* og *Undersøgelse af hypotesen*, da matematikken nu bliver koblet på. Det formelle stadie kommer til udtryk i fase 4 *Konklusion, validering og kontekstualisering*, da eleverne her gerne skulle have opdaget en sammenhæng mellem hypotese og udfaldet af undersøgelsen. Det kan være, at nogle elever vil nå det formelle stadie allerede i fase 2 eller 3, hvis eleverne allerede her gør sig overvejelser i forhold til udfaldet af undersøgelsen, da dette viser, at de reflekterer over deres hypotese(r). Derudover skal RME som tidligere nævnt læres i en for eleverne virkelig sammenhæng, således den inviterer til undersøgelse, hvilket også er et karaktertræk fra Skovsmoses undersøgelseslandskaber. Hermed vil jeg konkludere, at RME kan karakteriseres som undersøgende matematikundervisning. Om lignende gør sig gældende for TDS, vil jeg nu se nærmere på.

Som nævnt i forrige afsnit ser jeg en sammenhæng mellem Brousseaus og Deweys fem faser, måske endda en lighed mellem hver deres fem faser, da der i begge deres første fase lægges op til en elev aktivitet. Forskellen ligger dog i, at ifølge Dewey skal der være tale op et problem, hvor dette ikke er en forudsætning for Brousseau. De næste to faser er der byttet om på, men da de hænger så meget sammen, ser jeg ikke

dette som et problem. Ifølge Dewey skal eleverne nu indskrænke deres problem for derefter at afprøve deres hypotese, hvor de ifølge Brousseau med det samme går i gang med at afprøve deres umiddelbare idéer og først bagefter sætter ord på deres hypoteser. Den fjerde fase er i begge tilfælde karakteriseret ved, at der fremstilles en form for konklusion på undersøgelsen, som i femte fase generaliseres. Dermed mener jeg, at jeg med rette kan kategorisere Brousseaus teori om didaktiske situationer som en undersøgende undervisning.

For at se disse to matematikdidaktiske skole i et praktisk lys, vil jeg analysere min føromtalte praksis i forhold til disse. Jeg vil starte med at afskrive min undervisning som realistisk matematikundervisning, da der i min praktik ikke blev taget udgangspunkt i elevernes hverdagserfaringer, men undervisningen tog derimod udgangspunkt i en virkelighed, der var valgt med udgangspunkt i indholdet, ligesom det er kendetegnet ved TDS, at indholdet skal præsenteres i en situation, hvor eleverne selv kan konstruere en personlig viden i forhold til denne situation (Skott, m.fl. 2009). I min praktik kom dette til udtryk ved, at jeg igennem lærebogen havde fremsat en situation (se bilag 2), hvori eleverne skulle lære matematikken. Det kan dog diskuteres, hvorvidt denne situation var lagt frem, som det Brousseau kalder for et didaktisk spil. Umiddelbart lægger aktiviteten ikke op til, at der enten er en vinder- eller taberstrategi. Men fordi undervisningen i dette tilfælde mundede ud i en fremlæggelse, vil jeg argumentere for, at der kan være tale om et didaktisk spil, idet der fra elevernes side kan være et ønske om at lave en god fremlæggelse. For at gennemføre analysen, vil jeg gennemløbe min praksis i forhold til Brousseaus fem faser med start i fase 1 – *Devolution*. Undervisningen startede som klasseundervisning[3], hvor jeg introducerede situationen og opgaverne for eleverne med henblik på, at eleverne skulle overtage styringen i de følgende faser. Her skulle eleverne løse opgaver, der lå til grund for den videre undersøgelse, hvor eleverne nu havde opnået en faglig viden, der skulle gøre det muligt for dem at opstille hypoteser for denne undersøgelse. I disse faser træder jeg som lærer i baggrunden og agerer vejleder, hvis behovet herfor skulle opstå. *Valideringsfasen* var i mit tilfælde ikke synlig, da de fleste af eleverne ikke forholdt sig kritisk til deres resultater (for eksempler læs afsnittet *Analyse*). Der var ikke fuldstændig overensstemmelse mellem *institutionaliseringsfasen*, som den er beskrevet af Winsløw (2006), og min praksis, idet det var eleverne selv, der stod for at evaluere deres undersøgelse gennem en fremlæggelse og sammenligning af deres resultater heraf. Jeg kan dermed konkludere, at min undervisningen fra praktikken indeholder elementer fra Brousseaus teori om didaktiske situationer, men den følger ikke teorien til fulde.

Efter denne analyserende tilgang til den undersøgelsesbaserede matematikundervisning, vil jeg nu se den i lyset af elevernes alsidige udvikling.

[3] Med termen klasseundervisning menes der undervisning, hvor læreren underviser hele klassen som en slags forelæsning

3.1 – Alsidige udvikling

Med dette kapitel ønsker jeg at begrunde anvendelsen af en undersøgelsesbaseret matematikundervisning med et fokus på elevernes alsidige udvikling, da dette er en af folkeskolens opgaver jf. formålsparagraffen. Inden jeg begrunder og analyserer undersøgelsesbaseret matematikundervisning i forhold til alsidig udvikling, vil jeg først redegøre for dette begreb for en fælles forståelse heraf for derefter at anvende dette.

Til at starte med vil jeg referere til folkeskolelovens formålsparagraf, hvor der står, at den (folkeskolen) skal fremme den enkelte elevs alsidige udvikling. En uddybelse af dette begreb finder jeg i faghæfte 47 *Elevernes alsidige udvikling.* Heri er der opstillet følgende kriterier for tilblivelsen af en alsidig udvikling:

1. *Elevens lyst til at lære mere*
2. *Elevens mulighed for at lære på forskellige måder*
3. *Elevens mulighed for at lære sammen med andre*

Alle tre forudsætninger er at finde i formålsparagraffen, men for at begrunde hvorledes matematikfaget herunder undersøgelsesbaseret matematikundervisning kan bidrage til elevens alsidige udvikling, vil jeg for overskuelighedens skyld fokusere på et kriterium ad gangen gennem en redegørelse heraf samt en analyse i forhold til undersøgelsesbaseret matematikundervisning

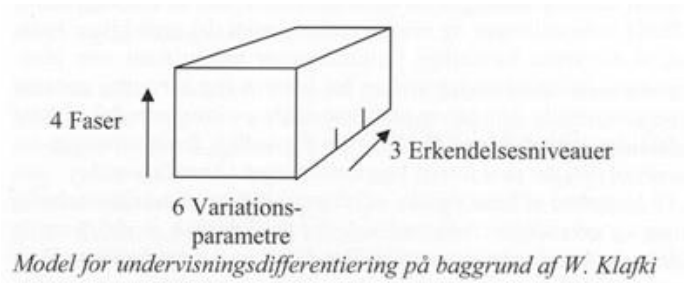
3.2 – Elevens lyst til at lære mere

I faghæfte 47 er lysten til at lære mere defineret til, *at man oplever at have fremadrettet energi, en vis grad af frivillighed og ikke sjældent en oplevelse af mening ved at gøre det* (faghæfte 47), hvilket også er kendetegn ved motivation, da dette ifølge Imsen er *det der forårsager aktivitet, det som holder denne aktivitet ved lige, og det som giver den mål og mening* (Imsen 2010, 325). Dette suppleres med Vejleskovs udsagn om motivation, da han skriver at det er *det, der får os til at gøre noget eller ikke at gøre noget* (Vejleskov, 2009). Idet der er tale om *lysten* til at lære mere, vil jeg påstå, at der er tale om en indre motivation, da denne er kendetegnet ved nysgerrighed og ægte interesse (Vejleskov 2009). En motivationsteori, der medtænker denne indre motivation, er Atkinsons teori for præstationsmotivation, der i hovedtræk går ud på, at vedligeholde en spænding mellem elevens lyst til at præstere og dens angst for at mislykkes (Vejleskov 2009). Dette er dog ikke den eneste faktor, der gør sig gældende. Eleven må ligeledes have et bestemt forhold til opgaven/indholdet, hvor det her er værd at nævne realistisk matematikundervisning, da det her er en forudsætning, at matematikken læres i kontekst, der for eleverne er virkelig, jf. afsnittet Freudenthal. Jeg ser derfor fælles træk mellem *lysten til at lære mere* og fagets CKF *matematik i anvendelse*, da matematikken her sættes i en kontekst. Der er dog to sider af dette CKF, således at eleverne både oplever, *matematikfaglige problemstillinger, hvor matematikkens anvendelser*

inddrages samt *anvendelsessammenhænge, hvor matematikken indgår* (faghæfte 12), hvorigennem elevernes motivation kan blive styrket. Der er altså i Fælles Mål Matematik lagt op til, at undervisningen skal tage afsæt i både Freudenthals teori om realistisk matematikundervisning og Brousseaus teori om didaktiske situationer. Derudover er det påvist, at *En mere åben undervisninv betyder, at børnene oplever en større fornemmelse af selvbestemmelse og dermed også mere interesse for undervisningen* (Lankes 2008), hvilket er med til at styrke den undersøgelsesbaserede matematikundervisning i forhold til elevernes alsidige udvikling, da den igennem ovenstående citat er med til at styrke elevens motivation og dermed lysten til at lære mere. Udover lysten til at lære mere skal undervisningen også tilgodese forskellige måder at lære på, hvilket bliver uddybet i det følgende afsnit.

3.3 – Mulighed for at lære på forskellige måder

Som det fremgår af faghæfte 47 skal kriteriet om forskellige måder at lære på også opfyldes, for at der kan være tale om alsidig udvikling. Grunden til at man skal have øje for elevernes forskellige måder at lære på findes blandt andet i formålsparagraffen stk. 2: *Folkeskolen skal udvikle arbejdsmetoder … så eleverne … får tillid til egne muligheder og baggrund for at tage stilling og handle* (folkeskoleloven), og indenfor matematikken kommer dette blandt andet til udtryk i de matematiske arbejdsmåder. En yderligere begrundelse herfor er princippet om undervisningsdifferentiering, da undervisningen skal *tilrettelæggelse … så den svarer til den enkelte elevs behov og forudsætninger* (Folkeskoleloven § 18). For at tydeliggøre de forskellige måder at lære på, vælger jeg at inddrage Klafkis model for undervisningsdifferentiering (figur 4), da denne netop medtænker forskellige differentieringsmuligheder.



Figur 4: Klafkis model for undervisningsdifferentiering. Kilde: Lund, 2008

I en undersøgelsesbaseret matematikundervisning kan elevernes forskellige måder at lære på især tilgodeses i de to dimensioner variationsparametre og erkendelsesniveauer. Fordi en sådan undervisning indeholder elevstyrede situationer (Hansen m.fl. 2013), kan det blive op til eleverne hvilke af følgende variationsparametre, der skal differentieres ved:

- Tidsforbrug/arbejdstempo og stof- og opgavemængde
- Anvendelsen af kompleksitetsniveauer eller –grader

- Antallet af gennemgange
- Omfanget af direkte hjælp
- (Stof og indgangsvinkler til det fælles indholdsområde)
- (Organiseringen af eleverne i lyset af deres samarbejdsevner)

Endnu en begrundelse for at anvende IBSE som arbejdsform til at understøtte princippet om undervisning finder jeg i faghæfte 47, da en god og differentieret undervisning her er beskrevet som:

> *…at man bevæger sig ud over den stillesiddende boglighed og aktivt opsøger og udnytter faglig viden fra relevante medier. Teori skal kombineres med praktisk, kropslig aktivitet, og eleverne skal have mulighed for aktivt at opsøge, opleve og skabe æstetiske indtryk og udtryk. Ud over at være attraktive i sig selv kan de forskellige udtryksformer virke direkte befordrende for den mere abstrakte og teoretiske del af undervisningen* (faghæfte 47).

Som belæg for at påstå, at denne gode og differentierede undervisning kan tage form som en undersøgelsesbaseret undervisning, vil jeg igen drage paralleller til Blomhøjs definition herpå, da der i begge tilfælde er tale om, at eleverne skal være aktive, opsøge information for derefter at anvende disse på en kreativ måde, i dette tilfælde i form af undersøgelser.

Foruden *lysten til at lære mere* samt *mulighed for at lære på forskellige måder*, skal der også forekomme muligheder for at *lære sammen med andre*, før der kan være tale om alsidig udvikling hos eleverne.

3.4 – At lære sammen med andre

I folkeskolens formålsparagraf stk. 3 lyder det, at *Folkeskolen skal forberede eleverne til deltagelse, medansvar, rettigheder og pligter i et samfund med frihed og folkestyre. Skolens virke skal derfor være præget af åndsfrihed, ligeværd og demokrati* (folkeskoleloven), hvorfor jeg ser behovet for, at eleverne skal lære sammen med andre, da de dermed får mulighed for at opleve de forpligtende aspekter af fællesskabet. Endnu en grund til, at eleverne skal lære sammen med andre er, at *der er en direkte sammenhæng mellem graden af anerkendelse og positiv social tilknytning og det udbytte, eleven kan forventes at få af sin skolegang* (Faghæfte 47). Dette kan ses i relation til det første kriterium, lysten til at lære mere, hvor jeg præsenterede Atkinsons teori om præstationsmotivation. For at eleverne skal føle et behov for at præstere, må der være nogle at præstere overfor (Vejleskov 2009). Jeg vil dog bemærke, at denne person sagtens kan være eleven selv, men dette er ikke tilfældet for alle elever.

Da jeg vil koble alsidig udvikling på en undersøgelsesbaseret matematikundervisning, vil jeg også nævne det føromtalte socialkonstruktivistiske læringssyn i forbindelse med dette kriterium, da der her lægges stor vægt på den sproglige dimension, jf. afsnittet 'Læringssyn'. Selvom sproget sagtens kan forstås som en

indre tale, må eleverne først og fremmest have opbygget et ydre sprog, hvilket sker i samspil med andre (Imsen 2010).

Efter at have set på, hvilke potentialer en undersøgelsesbaseret matematikundervisning har i forhold til den alsidige udvikling, vil jeg nu begrunde anvendelsen af dette gennem faghæftet for faget matematik.

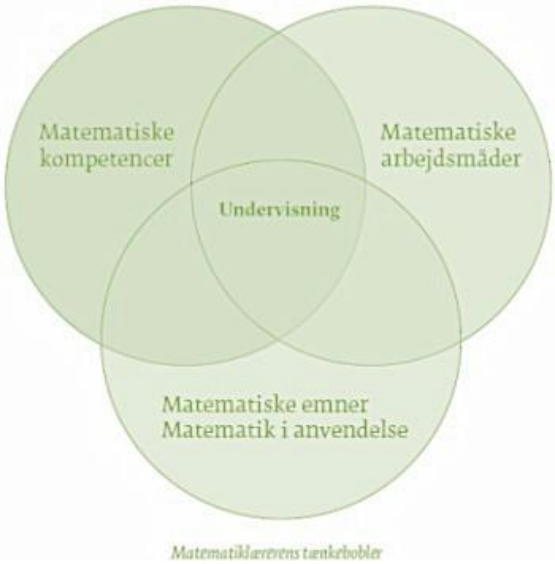
4.1 – Fælles Mål

Jeg har indtil nu defineret, hvad undersøgelsesbaseret matematikundervisning er samt begrundet anvendelsen af dette i forhold til elevernes alsidige udvikling. Med dette kapitel ønsker jeg at begrunde anvendelse af dette i forhold til faget matematik, hvortil jeg som udgangspunkt vil anvende Fælles Mål Matematik og folkeskoleloven samt enkelte undersøgelser fra Danmarks evalueringsinstitut (EVA). Derudover vil jeg også inddrage Kafkis teori om det eksemplariske princip.

Som jeg omtalte i indledningen til dette projekt, anvender mange lærere kun Fælles Mål som en slags guideline til at sikre sig, at de kommer igennem 'det hele', underforstået alle de matematiske områder. Ved at anvende lærebogens indholdsfortegnelse som dagsorden for undervisningen kan en tydeliggørelse af de konkrete mål herfor være ønskværdig, da dette ifølge Hattie har en positiv indvirkning på blandt andet elevernes motivation til undervisningen (Hattie 2014). Lignende anbefalinger ses i EVA-undersøgelserne fra henholdsvis 2006 og 2012. Men for at læreren kan opstille læringsmål for den konkrete undervisning, må den foruden have gjort sig overvejelser om, hvilke undervisningsmål, der søges opfyldt gennem et konkret forløb. I Fælles Mål kommer undervisningsmålene til udtryk gennem trinmålene, da disse er de langsigtede mål for undervisningen.

Med disser overvejelser om Fælles Mål vil jeg nu opstille matematiklærerens tre tankebobler set i forhold til en undersøgelsesbaseret matematikundervisning. Konkrete mål valgt ud fra fagets centrale kundskabs- og færdighedsområder (CKF'er) vil derfor ikke være muligt, da jeg vil analysere det på et overordnet plan, hvor jeg tager udgangspunkt i en boble af gangen.

Figur 5: Matematiklærerens tre tankebobler. Kilde: Fælles Mål, 2009



Der tages ikke udgangspunkt i et konkret forløb, men fokus er, at undervisningen er præget af en undersøgende tilgang. Eftersom det er arbejdsmåden i en undersøgelsesbaseret matematikundervisning, der er særlig interessant, vil jeg starte med CKF'et *Matematiske arbejdsmåder*, da eleverne her kommer til at *undersøge, systematisere og ræsonnere med henblik på at generalisere* (faghæfte 12), jf. IBSE-modellen på figur 2, idet de (eleverne) skal undersøge et matematisk problem og systematisere deres resultater heraf for slutteligt at kunne drage en konklusion. Derudover vil eleverne ligeledes have mulighed for at *arbejde individuelt og sammen med andre om praktiske og teoretiske problemstillinger, bl.a. i projektorienterede forløb* (faghæfte 12), da eleverne skal undersøge et teoretisk problem i et praktisk forsøg.

Eftersom jeg ser på undersøgelsesbaseret matematikundervisning på et overordnet plan, kan jeg ikke udtale mig om CKF'et matematiske emner, da disse afhænger af den konkrete læringssituation. Anderledes ser det dog ud for CKF'et Matematik i anvendelse, hvor det især er de to nedenstående trinmål, der kan komme i spil, idet der tages udgangspunkt i et autentisk problem, jf. figur 1, således der arbejdes med det Skovsmose kalder for reelle referencer. Men i og med at formålet for matematikundervisningen er, at eleverne skal blive *i stand til at begå sig hensigtsmæssigt i matematikrelaterede situationer vedrørende dagligliv, samfundsliv og naturforhold* (Faghæfte 12), burde der ikke være situationer, hvor disse trinmål ikke bliver opfyldt. Det kan dog godt være, at der i den konkrete situation kan forekomme flere trinmål i spil.

- *arbejde med problemstillinger vedrørende dagligdagen, bl.a. i forbindelse med privatøkonomi, bolig og transport*
- *behandle eksempler på problemstillinger knyttet til den samfundsmæssige udvikling, hvori bl.a. økonomi, teknologi og miljø indgår*

I forbindelse med disse to CKF'er vil jeg nævne Klafkis nøgleproblemer som er kendetegnet ved, at det er problemer, der vedrører alle. Disse nøgleproblemer skal således ses i relation til matematiske emner, de

konkrete opgaver, men ligeledes skal de ses i forhold til matematiske arbejdsmåder, da det er i forbindelse med disse, at undervisningen skal indeholde det eksemplariske princip, således eleverne har den fornødne viden til at handle i en situation, hvor de støder på et sådant problem (Öettingen 2008; Graf 2004a). Det vil altså sige, at elementære færdigheder i fx matematikundervisningen[4] får en fundamental betydningen, når denne viden anvendes[5], således eleverne kan se, at de kan løse et hverdagsproblem med matematikken. Det eksemplariske findes således i **sammenhængen** mellem det elementære og det fundamentale, hvor verden åbnes for eleven og omvendt (Brejnrod 2006b). Denne teori støtter dermed op om fagets formål samt folkeskolens formål, idet det blandt andet er, at eleverne skal udvikle kompetencer til at handle og begå sig i et demokratisk samfund (Fælles Mål 2009; Folkeskoleloven §1,3), hvilket kunne være en udmærket begrundelse for fagets sidste CKF, matematiske kompetencer.

Når der arbejdes med en undersøgelsesbaseret matematikundervisning ser jeg særligt én kompetence komme i spil, **problembehandlingskompetencen**, da eleverne herigennem skal *opstille, afgrænse og løse både rent faglige og anvendelsesorienterede matematiske problemer og vurdere løsningerne, bl.a. med henblik på at generalisere resultater* (faghæfte 12). Desuden kan **modelleringskompetencen** i nogle tilfælde komme i spil, hvis eleverne opstiller modeller af det matematiske problem og samtidig forholder sig kritisk til disse. I en undersøgelsesbaseret matematikundervisning kommer dette til udtryk ved, at eleverne skal forholde sig kritisk deres undersøgelser samt udfaldet heraf. Desuden vil **kommunikationskompetencen** højst sandsynlig også komme i spil, da eleverne typisk vil arbejde i grupper, hvorved de vil *indgå i dialog samt udtrykke sig mundtligt og skriftligt om matematikholdige anliggender på forskellige måder og med en vis faglig præcision, samt fortolke andres matematiske kommunikation* (faghæfte). Flere og måske endda helt andre kompetencer kan også komme i spil i den konkrete situation, men her udvalgte jeg de tre kompetencer, som jeg fandt særligt relevante.

En mere uddybende begrundelse for et større fokus på at benytte sig af Fælles Mål i planlægningen af undervisningen følger i det næste afsnit, hvor der vil være fokus på kompetencebegrebet.

4.2 – Kompetence

Ovenfor kom jeg med en faglig begrundelse for anvendelsen af undersøgelsesbaseret matematikundervisning gennem fagets faghæfte, Fælles Mål Matematik. Med dette afsnit vil jeg uddybe nødvendigheden af at fokusere på kompetencebegrebet som et led i tilblivelsen af elevenes alsidige udvikling, men for at gøre dette vil jeg først redegøre for, hvorledes mit syn er herpå. Dertil vil jeg tage

[4] I matematikundervisningen findes det fundamentale i fagets CKF **matematiske emner**, hvorunder matematiske færdigheder står beskrevet.
[5] Der tænkes her på fagets CKF **matematik i anvendelse**

afsæt i folkeskolelovens formålsparagraf, hvorefter jeg vil se dette i forhold til Karsten Schnacks begreb *handlekompetence* for til sidst at relatere dette til den undersøgelsesbaserede matematikundervisning.

Som en del af formålet for faget skal matematikundervisningen *medvirke til, at eleverne oplever og erkender matematikkens rolle i en kulturel og samfundsmæssig sammenhæng, og at eleverne kan forholde sig vurderende til matematikkens anvendelse med henblik på at tage ansvar og øve indflydelse i et demokratisk fællesskab* (faghæfte 12). Der er i denne formulering lighedstræk med folkeskolens formålsparagraf stk. 3, da *Folkeskolen skal forberede eleverne til* ***deltagelse****,* ***medansvar****, rettigheder og* ***pligter*** *i et samfund med frihed og folkestyre. Skolens virke skal derfor være præget af åndsfrihed, ligeværd og demokrati* (folkeskoleloven). Der er i begge tilfælde tale om, at eleverne skal klædes på til at begå sig i samfundet efter endt skolegang, hvorfor jeg ser et behov for handlekompetence som et dannelsesideal[6]. Handlekompetencen kommer således til udtryk ved, at *handlekompetence må rumme kritisk, selvstændig tænkning* (Schnack 2006). I en undersøgelsesbaseret matematikundervisning kommer dette til udtryk ved, at eleverne skal forholde sig kritisk til deres undersøgelser samt udfaldet heraf. Ideen om handlekompetence som dannelsesideal understøttes af Stephan Ting Graf med følgende citat: *Ægte dannelse opnår individet først og fremmest ved at tage livet i egne hænder…* (Graf 2004b). Det kommer her til udtryk, at det enkelte menneske netop skal forholde sig til sig selv og sin omverden, hvilket en undersøgelsesbaseret matematikundervisning muliggør, jf. Brousseaus adidaktiske situationer, da eleverne her i et vist omfang selv står for undervisningen. Yderligere lader dette sig også gøre i en realistisk matematikundervisning, idet denne tager udgangspunkt i en for eleverne virkelig verden. Desuden kommer handlekompetence i faget matematik til udtryk gennem dets CKF Matematiske kompetencer. Der tænkes i denne forbindelse igen på fagets formål, der siger, at eleverne skal udvikle kompetencer, således de kan begå sig hensigtsmæssigt i samfundet. Ifølge rapporten Kompetencer og Matematiklæring (KOM-rapporten) er en matematisk kompetence defineret som *at have viden om, at forstå, udøve anvende, og kunne tage stilling til matematik og matematikvirksomhed i en mangfoldighed af sammenhænge, hvori matematik indgår eller kan komme til at indgå* (Niss 2002, 43). Ses dette i forhold til Blomhøjs definition på undersøgelsesbaseret matematikundervisning, ser man flere ligheder, hvorved konklusionen, at en undersøgelsesbaseret matematikundervisning kan udvikle elevernes matematiske kompetence, kan drages.

Rent praktisk for faget betyder dette, at der må tages afsæt i Klafkis nøgleproblemer samt det eksemplariske princip, således eleverne oplever, at matematikken kan anvendes i konkrete situationer. Det er således gennem faglighed, at eleverne kan udvikle kompetence til at begå sig samfundet. Problemet med

[6] Eftersom opgavens fokus ikke er dannelse, vil jeg ikke uddybe dette begreb nærmere, end at det ses som et ideal, da det ikke er til at vide, hvorledes samfundet vil være i det øjeblik eleven skal handle i en konkret (matematikrelateret) situation. Derfor bliver handlekompetence et dannelsesideal.

kompetencebegrebet er, at det kan være svært at måle, hvornår en elev besidder en konkret kompetence, hvorfor jeg vil dedikere følgende afsnit til evaluering af kompetence.

4.3 – Evaluering af kompetence

Efter at have behandlet undersøgelsesbaseret matematikundervisning gennem en faglig optik samt dets dannelsespotentiale gennem matematisk kompetence, herunder også handlekompetence, vil jeg nu fokusere på evalueringen heraf. Eftersom evaluering ikke er opgavens omdrejningspunkt, vil dette kun kort berøres. Det er dog samtidig nødvendigt at medtage dette aspekt af flere årsager, blandt andet fordi undervisningen ifølge folkeskoleloven § 13 løbende skal evalueres. Endnu en grund til, at jeg medtager dette afsnit, er, at der er tale om evaluering af en kompetence, hvilket ikke er ligetil sammenlignet med at evaluere konkrete matematiske færdigheder. Til at redegøre for hvorledes en kompetence kan evalueres, anvender jeg KOM-rapporten (Kompetencer og matematiklæring).

Ifølge denne rapport er der tre dimensioner i en kompetence, der kan evalueres: *dækningsgrad*, *aktionsradius* og *teknisk niveau* (Niss 2002). Disse tre dimensioner redegøres der kort for (Niss 2002).

- Dækningsgrad
    - Dækningsgraden beskriver, i hvilket omfang en elev kan aktivere de forskellige aspekter, der ligger i den konkrete kompetence samt selvstændigheden af dette. Som eksempel på en kompetence med flere aspekter vil jeg nævne problembehandlingskompetencen, da den lyder som følgende: ***opstille**, afgrænse og **løse** både rent faglige og anvendelsesorienterede matematiske problemer og **vurdere** løsningerne, bl.a. med henblik på at generalisere resultater* (faghæfte 12). Med andre ord er dækningsgraden større, jo flere aspekter af kompetencen der kan bringes i spil.
- Aktionsradius
    - En kompetences aktionsradius er beskrevet ved, at man kan bringe den i spil på tværs af de matematiske områder som for eksempel aritmetik, geometri og sandsynlighed. Dette vil altså sige, at jo flere matematiske områder en kompetence kan anvendes i, des større er aktionsradien.
- Teknisk niveau
    - Det tekniske niveau kommer til udtryk gennem sværhedsgraden af den opgave/situation kompetencen anvendes i. Der er dermed en sammenhæng mellem sværhedsgraden af opgaven og kompetencens tekniske niveau.

Ved evaluering af matematisk kompetence, og dermed handlekompetence i forhold til faget matematik, må der tages højde for disse tre dimensioner. Et fælles kendetegn, for de forslag KOM-rapporten har med hensyn til evalueringsværktøjer, er, at der lægges vægt på at kunne reflektere over læringen, hvilket der lægges op til i blandt andet logbøger og porteføljer (Niss 2002).

Jeg vil nu tage afsæt i min afprøvede praksis, hvor jeg valgte at evaluere min undervisning gennem en fremlæggelse fra elevernes side, med henblik på at analysere denne evalueringsform i forhold til de tre ovenstående dimensioner, da jeg mener, at der gennem denne evalueringsform vil være mulighed for at evaluere på elevernes kompetencer. Denne analyse vil blive set i forhold til de tre kompetencer, der bliver nævnt i afsnittet 'Fælles Mål' – *problembehandlings-, modellerings- og kommunikationskompetencen*.

- Dækningsgrad
    - Problembehandlingskompetencen

      Som allerede nævnt er der flere dimensioner af denne kompetence (se ovenfor). Gennem denne evalueringsform er det især det af løse et matematiskproblem samt at vurdere denne løsning, der er i spil. Der er således en nogenlunde dækningsgrad af denne kompetence, selvom ikke alle sider heraf bliver evalueret. Dimensionerne at opstille og afgrænse matematiske problemer kom i den konkrete situation ikke i spil i evalueringen, men nok i selve forløbet.
    - Modelleringskompetencen

      Også i denne kompetence er der flere aspekter at forholde sig. I min konkrete situation ligger modelleringen i, at eleverne skulle fremstille et nyt popcornbæger, der kunne rumme 5L. Til denne opgave opstillede eleverne en formel (modellen) til at bestemme rumfanget af deres bæger. For at benytte denne formel var det nødvendigt for eleverne at analysere/afkode formlens variable, således de kunne fremstille et bæger, hvorefter de skulle forholde sig kritisk til funktionaliteten af deres forslag. Dækningsgraden af denne kompetence er således stor, idet mange aspekter af denne kompetence kommer i spil
    - Kommunikationskompetencen

      Denne kompetence kom særligt i spil gennem denne evalueringsform, da eleverne mundtligt præsenterede deres oplæg. Foruden dette havde eleverne udarbejdet et skriftligt produkt, der lå til grund for fremlæggelsen. Dette skriftlige produkt blev afleveret til undertegnede, således jeg kunne forberede mig på deres fremlæggelse med henblik på at kunne skabe en dialog med gruppen. Endnu et aspekt af denne kompetence, at fortolke andres matematiske kommunikation, er ligeledes i spil, da de resterende elever, der ikke

fremlægger, skal fortolke på hinandens løsninger, igen med henblik på at skabe en dialog om emnet.

- Aktionsradius
  - Aktionsradien for alle tre kompetencer er i dette tilfælde begrænset til det matematiske område geometrien, og derfor er denne ikke særlig stor. For videre undersøgelse af elevernes matematiske kompetencer skulle lignende øvelse have været foretaget inden for andre matematiske områder
- Tekniske niveau
  - Problembehandlingskompetencen

    Elevernes tekniske niveau kommer bland andet til udtryk i valget af formen på deres popcornbæger. En gruppe, der vælger en kasse, viser således et lavere teknisk niveau end en gruppe, der for eksempel vælger en kegle, idet bestemmelsen for en kasses volumen er væsentligt lettere end for en kegle. Det er ligeledes lettere at skabe et mentalt billede af en kasse end en kegle ved blot at se på formlen, da den for en kasse kun indeholder de tre sider, hvorimod der er flere faktorer indblandet i keglens formel.
  - Modelleringskompetencen

    Med hensyn til modelleringskompetencens tekniske niveau vil jeg referere til ovenstående, da lignende gør sig gældende her. Derudover kan eleverne udvise et større teknisk niveau ved at komme med mere end et bud på et bæger for at sammenligne disse, da opgaven her bliver sværere, idet de nu skal forholde sig til mindst to modeller.
  - Kommunikationskompetencen

    Det tekniske niveau kommer her til udtryk gennem elevernes faglige præcision, altså gennem anvendelsen af relevante matematiske begreber. Dette vil jeg eksemplificere gennem en gruppe, der valgte et kasseformet bæger:

    E1: *…og så har vi siderne på kassen til at være 10 og 10 og 50*

    L: *Hvilke sider har så hvilke mål?*

    Eleverne kigger på fortvivlet på hinanden. Ingen svarer på mit spørgsmål, så jeg omformulerer:

    L: *Kan I prøve at tegne kassen?*

    Eleverne tegner en kasse på tavlen

    L: *Prøv så at skrive målene på siderne af kassen*

    Eleverne mumler. Det lader til, at det går op for dem, hvad jeg spørger ind til.

    Eleverne skriver målene til.

E2: *Ja okay, det er måske ikke en særlig praktisk kasse. Det kan jeg godt se nu*

Gruppen fra ovenstående samtale udviser et forholdsvist lavt teknisk niveau, da eleverne blot udfyldte formlens parametre, således de fik et rumfang på 5L. Eleverne havde i dette tilfælde ikke reflekteret over, hvad de forskellige parametre betød i praksis og udviste dermed ikke en faglig præcision, hvilket kommer til udtryk, da eleverne ikke kan svare på, hvilke mål der hører til hvilke sider.

Ud fra ovenstående analyse kan jeg hermed konkludere, at fremlæggelse som evalueringsform med fordel kan anvendes, når ønsket er at evaluere en elevs matematiske kompetencer. Det er hermed ikke sagt, at dette er den eneste evalueringsform, der kan anvendes, men at den har vist sig at være udmærket i mit tilfælde. Fordi evaluering ifølge folkeskoleloven §13b, stk. 2 skal kunne dokumenteres, kan denne evaluering ikke stå alene, hvorfor man med fordel for eksempel kunne anvende evalueringsformen 'Brev til mormor'[7], da eleverne her også får mulighed for at reflektere over egen læring, samt udvise faglighed gennem konkrete eksempler på skriftlig vis.

Eftersom jeg indtil nu har begrundet anvendelsen af en undersøgelsesbaseret matematikundervisning i forhold til elevernes alsidige udvikling samt Fælles Mål Matematik vil jeg i det følgende diskutere, hvorvidt dette kan ses som værende god undervisning.

5.1 – God undervisning?

Dette afsnit vil samle den røde tråd i opgaven, idet der her diskuteres, hvorvidt en undersøgelsesbaseret matematikundervisning kan kategoriseres som god undervisning, samtidig med at den bidrager til elevens alsidige udvikling set i forhold til Deweys traditionelle undervisning. Gennem denne diskussion vil jeg se undersøgelsesbaseret matematikundervisning i forhold Hatties og Meyers kriterier for god undervisning. For at undgå en opremsning af samtlige kriterier for god undervisning, vil jeg udvælge enkelte kriterier, hvor jeg ser, at undersøgelsesbaseret matematikundervisning i særlig grad kendetegnes som værende god undervisning, idet jeg i problemformuleringen spørger til, hvilke **muligheder** en sådan undervisning rummer.

Det første kendetegn, jeg vælger at fremhæve, er nødvendigheden af en klar strukturering samt tydeliggørelse af læringsmålene (Meyer 2012; Hattie 2014), da jeg har bemærket, at det er gennemgående hos både Hattie og Meyer. Umiddelbart opfylder en undersøgelsesbaseret matematikundervisning ikke dette kendetegn, idet denne undervisningsform for mange lærere virker uoverskuelig (Hansen m.fl. 2013).

[7] 'Brev til mormor' er en skriftlig evalueringsform, hvor eleverne skal forklare et matematisk indhold til deres mormor. Eleverne kan her benytte en skriftlig og symbolsk notation såvel som en ikonisk gennem tegning.

For at gøre undervisningen mere overskuelig kan man som støtte sig til Naturvidenskabernes Hus' model for en undersøgelsesbaseret matematikundervisning (figur 2), hvor det er i den første fase *Problemtænkning*, at det tydeliggøres for eleverne, hvad undervisningen skal omhandle, hvorefter eleverne i den næste fase *Hypotesedannelse* sporer sig ind på et konkret mål for undervisningen i form af deres hypotese. Denne fase er præget af en dialogisk tilgang, da eleverne her *tænker, snakker og samarbejder* (Figur 2). Dette er ligeledes et kendetegn for god undervisning ifølge Hattie, da punkt 14 er karakteriseret ved, at …*klasserum domineres mere af dialog om læring end af monolog* (Hattie 2014, 122). Hattie uddyber dette kendetegn ved, at *lærerne kan lære meget om deres* (dialogers) *effekt på elevernes læring ved at lytte til, at eleverne tænker højt* (Hattie 2014, 126). Ligesom Dewey sammenligner sin progressive opdragelse med den traditionelle, sammenligner Hattie også sin gode undervisning med klasserumsundervisning, hvor de i begge tilfælde kommer frem til, at den traditionelle undervisning (klasserumsundervisning) er præget af en IRE-kommunikation. Derudover stemmer Hatties kendetegn for god undervisning overens med Deweys problemmetode, hvorfor denne har potentiale til at gøre ud for god undervisning. Eftersom det føromtalte kendetegn, tydeliggørelse af mål, er så gennemgående, er det vigtigt at have dette in mente, når man planlægger og udfører sin undervisning. I mit tilfælde i praktikken fik jeg ikke gjort dette klart for eleverne (tydeliggørelsen af mål), hvilket kunne ses, da undervisningsforløbet skulle evalueres, idet flere af eleverne ikke havde reflekteret over deres svar .

Endnu et kendetegn, der tyder på, at undersøgelsesbaseret matematikundervisning er god undervisning, er, at denne metode ifølge Hattie er blandt topmodellerne for god undervisning (Hattie 2014). Dog påpeger han, at elever har *brug for flere forskellige strategier, og oftere har nogle elever behov for helt andre undervisningsstrategier end dem, de har været udsat for* (Hattie 2014, s. 139), hvilket betyder, at man som lærer ikke skal låse sig fast på udelukkende en metode. Selvom Hattie er fortaler for den undersøgelsesbaserede undervisning, foreslår Meyer, at undervisningen foregår som følgende: *Jeg anbefaler 1) en levende, gerne stramt organiseret plenumundervisning 2) med jævne mellemrum at arbejde med kooperative læreformer 3) og især på de lavere klassetrin skridt for skridt at øge den endnu begrænsede del af individuel læring* (Meyer 2012, 80-81). Overordnet set er de enige i, at en vekslende undervisning er nødvendig, men Meyer ønsker dog at fastholde den traditionelle undervisning i form af plenumundervisning, hvor Hattie derimod mener, at denne netop ikke er god undervisning. Idéen om at veksle mellem undervisningsformer understøttes af det tredje kriterium *mulighed for at lære på forskellige måder* (faghæfte 47), idet dette også kan ses som forskellige undervisningsformer og ikke blot undervisningsdifferentiering. Desuden understøttes kriteriet *mulighed for at lære sammen med andre (faghæfte 47)* også gennem Hatties undersøgelser om god undervisning, da hans 18. kendetegn herfor lyder: *Lærere og elever bruger styrken ved elevformidling positivt til at fremme læring* (Hattie 2014, 131).

Der ligger flere aspekter af dette kriterium, hvor jeg vælger at fremhæve følgende citat,: *Elever, især i den tidlige pubertet, er tilbøjelige til at stræbe efter et vist omdømme blandt deres kammerater, og et af skolens mål bør være at få dette omdømme til at handle om resultater i forhold til læringen af faglige emner* (Hattie 2014, 131). Yderligere vil jeg fremhæve virkningen af elevens omdømme blandt deres kammerater, da dette ifølge Atkinson også er med til at styrke elevernes motivation (Vejleskov 2009), eller med andre ord, deres lyst til at lære mere.

En diskussion om god undervisning kunne fortsætte i det uendelige. Alligevel vælger jeg at gøre et ophold her, da jeg allerede nu mener, at jeg kan konstatere, at en undersøgelsesbaseret matematikundervisning *kan* kategoriseres som god undervisning, *såfremt* denne er velstruktureret (Meyer 2012; Hattie 2014). Ifølge Meyer er en klar strukturering især vigtig, når der er tale om en åben undervisning[8] (Meyer 2012), hvilket undersøgelsesbaseret matematikundervisning kan kategoriseres som. Yderligere kan kriterierne for alsidig undervisning ligeledes blive opfyldt gennem en god undervisning. Efter denne diskussion af mulighederne for god undervisning gennem en undersøgelsesbaseret matematikundervisning, vil jeg nu konkludere endeligt på min problemformulering.

6.1 – Konklusion

I dette afsnit vil jeg konkludere på min problemformulering, som lyder: *Hvilke muligheder rummer en undersøgelsesbaseret matematikundervisning i udskolingen i forhold til elevernes alsidige udvikling?*

For at konkludere på denne problemformulering vil jeg starte med en kort definition af en undersøgelsesbaseret matematikundervisning for at sammenholde denne med kriterierne for tilblivelsen af alsidig udvikling. Slutteligt vil jeg fremlægge denne undervisnings muligheder set i lyset af den gode undervisning.

I opgavens kapitel 2 kom jeg frem til, at for at en undervisning kan kategoriseres som værende af undersøgende karakter skal den gennemløbe Deweys fem faser fra det, han kalder problemmetoden:

1. *Forslag (udtænker forskellige løsninger)*
2. *Problem (vanskeligheden og den forvirring, man har følt)*
3. *Hypoteser (prøver forskellige løsninger på problemet)*
4. *Ræsonnement*
5. *Afprøvning af hypotesen gennem faktiske eller imaginære handlinger*

[8] *Åben undervisning (open education) er en betegnelse for alle varianter af en mål-, indholds- og metodedifferentieret undervisning, hvor der lægges vægt på en selvregulering, og hvor der forekommer en betydelig del projekt- og gruppearbejde samt andre frie former* (Meyer 2012, 8)

Gennem en nærmere analyse af dette begreb, kom jeg frem til, at det er disse fem faser, der ligger til grund for Naturvidenskabernes Hus' model for en undersøgelsesbaseret undervisning (denne model findes i figur 2). I forbindelse med opgavens tredje kapitel konkluderede jeg, at den undersøgelsesbaserede undervisning bidrager til elevernes alsidige udvikling, da den opfylder de tre kriterier herfor:

1. *Elevens lyst til at lære mere*
2. *Elevens mulighed for at lære på forskellige måder*
3. *Elevens mulighed for at lære sammen med andre*

Opfyldelsen af disse tre kriterier forudsætter, at der tages udgangspunkt i fagets faghæfte, Fælles Mål Matematik, jf. opgaves kapitel 4. Ved at lade sig styre af faghæftet bliver undervisningen dermed målrettet, hvilket ifølge Hattie og Meyer er et af flere kriterier for god undervisning. Flere begrundelser for, at en undersøgelsesbaseret matematikundervisning kan karakteriseres som god undervisning, kan findes i opgavens kapitel 5, hvorfor jeg ikke vil uddybe disse her.

En undersøgelsesbaseret matematikundervisning har dermed gode muligheder for styrke elevernes alsidige udvikling, da der gennem denne type undervisning er gode muligheder for at arbejde med matematiske kompetencer, der skal være med til at styrke elevernes handlekompetence i matematikrelaterede situationer. Denne har betydning for tilblivelsen af alsidigudvikling, da et af kriterierne er at lære sammen med andre. Derudover rummer denne undervisning mulighed for tilblivelsen af alsidig udvikling, da elevernes motivation og lyst til at lære er grundlæggende for en undersøgelsesbaseret matematikundervisning, jf. Skovsmose (2003). Desuden er der rig mulighed for at lære på forskellige måder, da denne undervisning er forholdsvist elevstyret (Hansen m.fl. 2013).

Konkrete muligheder denne undervisningsform rummer i forhold til elevernes alsidige udvikling kan jeg ikke opstille, da der kan være mange. Jeg kan dog konstatere, at mulighederne er der.

7.1 – Perspektivering

Fordi den anvendte praksis kun delvist levede op til kravene for en undersøgelsesbaseret matematikundervisning, da dette ikke var målet på det givne tidspunkt, vil jeg i dette afsnit foreslå, hvorledes det allerede afprøvede forløb kan udføres, således det lever op til kravene for en undersøgelsesbaseret matematikundervisning, der samtidig overholder kravene til en god undervisning samt en analyse af denne praksis. Selve opgaven er at finde på bilag 2.

Fordi jeg allerede har konkluderet, at gennem en anvendelse af IBSE-metoden opfyldes kravene til en undersøgelsesbaseret matematikundervisning, vil jeg opstille dette fremtidige forløb herefter. Desuden vil jeg udforme forløbet, således der er karakteristika fra Freudenthals realistiske matematikundervisning for

at fremme elevernes lyst til at lære mere, da der her tages udgangspunkt i en for eleverne virkelig verden samt deres forforståelser for emnet.

1. Problemtænkning

   For at overholde principperne indenfor den realistiske matematikundervisning, vil jeg starte undervisningen med at præsentere eleverne for problemstillingen i opgave 9b på bilag 2, da eleverne her skal anvende en matematisk viden i en konkret situation, hvilket er kendetegnet for denne undervisning. Denne fase vil være præget af en samtale mellem lærer-elev og eleverne imellem med henblik på at indsnævre opgaven således, at eleverne har nogle konkrete rummelige figurer at arbejde ud fra for derefter at kunne komme videre til næste fase.

2. Hypotesedannelse

   I denne fase skal eleverne nu arbejde videre med de muligheder, de kom frem til i den foregående fase. De skal altså nu danne hypoteser om, hvilke figurer der vil være mest praktiske, og spørgsmål som for eksempel: *Hvad nu hvis en der kan være mere i en kasse i forhold til en pyramidestub med ca. samme størrelse? Hvad med en anden figur?* Det er således denne overgang, der karakteriserer et undersøgelseslandskab jf. Skovsmose (2003). Når eleverne har fremsat en eller flere hypoteser, skal disse således undersøges.

3. Undersøgelse af hypotese

   Når elevernes hypotese(r) skal efterprøves, kan de gribe opgaven symbolsk an gennem formlerne for de forskellige figurers rumfang for at finde målene på deres figurer. For at understrege det undersøgende element samt opstille differentieringsmuligheder kan opgaven få delopgaver, således eleverne skal undersøge flere forskellige figurer. Herefter kan eleverne eventuelt fremstille de forskellige bægre med henblik på at kunne vurdere, i hvilket omfang disse bægre kan anses som værende funktionelle.

4. Konklusion, validering og kontekstualisering

   Jeg ville igen vælge evalueringsformen *fremlæggelse*, da jeg allerede har verificeret denne i afsnittet *Evaluering af kompetence*. Denne gang vil jeg blot tydeliggøre mine krav til eleverne, således eleverne ved, hvad jeg forventer af dem, jf. afsnittet om god undervisning.

Efter eleverne har været igennem denne undersøgelse, hvor de har arbejdet med emnet rumfang, skal de nu tilbage til opgaveparadigmet og lave de resterende opgaver, da de ifølge en realistisk matematikundervisning først nu er rustet til dette. Derudover støtter dette også Meyers og Hatties krav om god undervisning, idet der veksles mellem forskellige undervisningsformer.

Jeg vil hermed mene, at den nye praksis er af undersøgende karakter, hvor der tages afsæt i den realistiske matematikundervisning. Derudover indeholder dette forløb også kendetegn for en god undervisning, da undervisning er velstruktureret gennem IBSE-metoden, og målsætningen vil være tydelig, således eleverne ved, hvad der evalueres på. Yderligere har jeg tidligere analyseret mig frem til, at en undersøgelsesbaseret matematikundervisning rummer muligheder for elevernes alsidige udvikling.

Litteraturliste

Alrø, Helle og Skovsmose, Ole (2006): *Undersøgende samarbejde i matematikundervisning – udvikling af IC-modellen* i: Skovsmose, Ole og Blomhøj, Morten (red.): *Kunne det tænkes? – Om matematiklæring*; Forlag Malling Beck

Blomhøj, Morten (2013): *Hvad er undersøgende matematikundervisning – og virker den?* i: Wahl Andersen, Michael og Weng, Peter (red.): *Håndbog om matematik i grundskolen*; Dansk psykologisk forlag

Brejnrod, Poul (2006b): *Grundbog i pædagogik – Oplysning, dannelse og fusionspædagogik i senmoderniteten* side 35-36; Gyldendals Lærerbibliotek

Dale, Erling Lars (2008): *Uddannelse, demokrati og videnskab: John Dewey* i: Madsen, Claus og Munch, Per (red.): *Med Dewey in mente*, Klim

Dewey, John (1996): *Erfaring og opdragelse*; Christian Ejlers' forlag

EVA (2006): *Matematik på grundskolens mellemtrin – Skolernes arbejde med at udvikle elevernes matematikkompetence*; Vester Kopi

EVA (2012): *Fælles Mål i folkeskolen – En undersøgelse af lærerenes brug af Fælles Mål*; Rosendahls-Schulz Grafisk A/S

Fink, Hans (1996): *Indledning* i: Dewey, John (1996): *Erfaring og opdragelse*, Christian Ejlers' forlag

Graf, Stefan Ting (2004a): *Den didaktiske analyse – i kritisk-konstruktiv betydning* s. 68-72 i: Red. Graf, Stefan Ting m.fl.; *Fylde og form*; Forlaget Klim

Graf, Stefan Ting (2004b): *Wolfgang Klafkis dannelsesteori* s.25-57 i: Red. Graf, Stefan Ting m.fl.; *Fylde og form*; Forlaget Klim

Lund, Jens H. (2008): *Undervisningsdifferentiering og elevernes forskellige forudsætninger* I: Red. Lund, Jens H. m.fl.; Almen didaktik - i læreruddannelse og lærerarbejde; KVAN

Hansen, Rune m.fl. (2013): *Undersøgelsesbaseret matematikundervisning* I: *Mona*, december 2013

Hattie, John (2014): *Synlig læring – for lærere*; Dafolo

Imsen, Gunn (2010): *Sociokulturelle perspektiver på læring* og *Følelser og motivation* i: Imsen, Gunn (2010): *Elevens verden – Indføring i pædagogisk psykologi*, Gyldendals lærerbibliotek

Kaas, Thomas og Kristiansen, Heidi (2009): *Kolorit 8 – Grundbog* s. 43; Gyldendal

Lankes, Eva-Maria (2008): At vække interesse – hvad ved vi om motivation? i: Helmke, Andreas m.fl. (2008): *Hvad ved vi om god undervisning?*; Dafolo

Lindqvist, Gunilla (2004): Om lærings som udviklingskår; Klim

Lund, Jens H. (2008): *Undervisningsdifferentiering og elevernes forskellige forudsætninger* I: Red. Lund, Jens H. m.fl.; *Almen didaktik - i læreruddannelse og lærerarbejde*; KVAN

Meyer, Hilbert (2012): *Hvad er god undervisning?*; Gyldendals lærerbibliotek

Niss, Mogens, m.fl. (2002): *En kompetencebeskrivelse af matematisk faglighed* og *Evaluering af kompetencer* i: Niss, Mogens, m.fl. (2002): *Kompetencer og matematiklæring*; Undervisningsministeriet

Schnack, Karsten (2006): *Handlekompetence* i: red. Bisgaard; Rasmussen m.fl.: *Pædagogiske teorier*; Billesø og Baltzer

Skott, Jeppe, m.fl. (2009): *IRE-modellen af kommunikation i klassen* og *Hans Freudenthal og realistisk matematikundervisning* og *Brousseau og teorien om didaktiske situationer* og *Evalueringens formål, karakteristika og pejlemærker* i: Skott, Jeppe, m.fl. (2009): Delta; Samfundslitteratur

Skovsmose, Ole (2003): *Undersøgelseslandskaber* i: Skovsmose, Ole og Blomhøj, Morten (red.): *Kan det virkelig passe? – Om matematiklæring*; L&R uddannelse

Van den Heuvel-Panhuizen, Marja (2000). Mathematics education in the Netherlands: A guided tour. Freudenthal Institute; Utrecht University.

Vejleskov, Hans (2009): *Motivation – om motivationens betydning for undervisningen*; Gyldendals lærerbibliotek

Wahl Andersen, Michael (2010): *Matematiske billeder, sprog og læsning*; Dafolo

Webb, David C. m.fl. (2007): Beneth the tip of the iceberg: Using representations to support student understanding (in press)

Winsløw, Carl (2006):*Teorien om didaktiske situationer* i: Winsløw, Carl (2006): *Didaktiske elementer – En indføring i matematikkens og naturfagenes didaktik*; biofolia

Internetsider

Faghæfte 12 – Fælles Mål matematik

http://www.uvm.dk/Service/Publikationer/Publikationer/Folkeskolen/2009/Faelles-Maal-2009-matematik - Lokaliseret 20.03.2014

Faghæfte 47 – Elevernes alsidige udvikling

http://www.uvm.dk/Service/Publikationer/Publikationer/Folkeskolen/2010/Faelles-Maal-2009-Elevernes-alsidige-udvikling - Lokaliseret 20.03.2014

Fibonacci-Projektet

http://www.fibonacci-project.eu/ - Lokaliseret 30.03.2014

Folkeskoleloven

https://www.retsinformation.dk/Forms/r0710.aspx?id=133039 - Lokaliseret 20.03.2014

Naturvidenskabernes Hus: IBSE – Deltagerstyret problem- og undersøgelsesbaseret naturfagsundervisning

http://vbn.aau.dk/en/publications/ibse-deltagerstyret-problem-og-undersoegelsesbaseret-naturfagsundervisning(a3f4d19c-584f-40d3-9f2f-c7c403bf605b).html - Lokaliseret 20.03.2014

Bilag 1 – Undervisningsforløbet 'Biografen'

Undervisningsforløbet i praktikperioden på 4. årgang er planlagt ud fra skemaet på s. 20 i praktiknøglen

Aktuel status

Jeg har endnu ikke mødt eleverne, men efter et vejledningsmøde min praktiklærer har jeg fået fornemmelsen af, at det er jævn klasse med både ressourcestærke og –svage elever. Der er især en tre-mandsgrupper, der klarer sig godt i matematikken. Derudover er der 5 elever, der er indstillet til ekstra-/specialundervisning i matematik. Desuden er klassen ifølge min praktiklærer vant til at arbejde på forskellige måder. De har dog faste makkere at arbejde sammen med som en del af forberedelsen til den mundtlige prøve i matematik.

Formål

Det overordnede mål (formålet) med undervisningen er, at eleverne skal erkende og anvende matematikken som et beskrivelsesmiddel samt veksle mellem praktisk og teoretisk arbejde ved løsning af matematiske problemer. Derudover vil problembehandlingskompetencen spille en central rolle i forløbet.

Begrundelser herfor er, at give eleverne forudsætninger for at begå sig hensigtsmæssigt i matematikrelaterede situationer vedrørende dagligliv samt styrke elevernes handlekompetence (formål for faget matematik og folkeskoleloven).

Mål

Jeg vælger at opstille målene i forhold til matematiklærerens tre tænkebobler for overskuelighedens skyld. Målene er baseret på baggrund af Fælles Mål matematik, men omformuleret således de passer til middel-eleverne samt en beskrivelse af, hvorledes eleverne skal søge at opfylde målene:

Matematiske emner:

- Forstå og anvende formler
    - Der arbejdes med arealformler i planen og rummet
- Skitsetegning samt målestoksforhold
    - Eleverne skal tegne flere skitser af biografsale i målestoksforhold
    - Der veksles mellem at regne fra 'virkelige' mål til målestok og omvendt
- Anvende statistiske begreber til at beskrive, analysere og fortolke data
    - Eleverne skal foretage statistiske undersøgelser ift. biografer

Matematiske kompetencer:

- Problembehandlingskompetencen
    - Eleverne skal foretage undersøgelser på selvvalgt biograf
    - Undersøge muligheder for andre beholdere til popcorn
    - Undersøge mulige indretninger til biografsale
- Kommunikationskompetencen
    - Eleverne skal dokumentere deres viden, således de operer på et verbalt og skriftlig sprog
    - Gennem fremlæggelser skal eleverne præsentere deres løsningsforslag, som resten af klassen skal fortolke for at kunne kommunikere herom

Matematiske arbejdsmåder og matematik i anvendelse:

- Erkende matematikken som et beskrivelsesmiddel
    - Anvende matematiske begreber til at beskrive en situation, fx biografstatistik
    - Ved konstruktion af biografsale anvendes relevante geometriske begreber
- Veksle mellem teoretiske og praktiske overvejelser ved løsningen af matematiske problemstillinger
    - Der veksles mellem at arbejde konkrete opgaver for at opøve færdigheder inden for området for derefter at anvende disse i praktisk situation

Indhold, stof/emne, arbejdsformer

Der arbejdes primært med følgende to områder af matematikken: statistik og geometri. Dette er valgt ud fra det undervisningsmateriale klassen har til rådighed (Kolorit 8). Der vil være en del veksling mellem disse to områder fordelt på fire emner i forhold til Biografen.

Eleverne inddeles i 8 grupper, således der er to grupper, der fremlægger samme opgave til sidst i forløbet. Eleverne vælger selv grupperne, da jeg ikke kender eleverne endnu. Gennem hele forløbet skal eleverne derfor arbejde i disse grupper.

Der kan differentieres i mængden af opgaver, således de ressourcesvage ikke skal lave alle opgaverne. Der vil ligeledes stilles større krav til de ressourcestærke i forhold til kritik af svar og sammenligning af egne undersøgelser med bogsystemets undersøgelser.

Tilrettelæggelse af undervisningen: principper og organisering

Bag dette undervisningsforløb ligger tanken *læring som deltagelse*, hvor især sproget spiller en central rolle, hvilket kommer til udtryk i gruppearbejdet, da læringen her sker i en social kontekst. Derudover ses det, der skal læres, i en kontekst – emnet Biografen, hvorved eleverne kan se det anvendelige i matematikken.

Læreropgaver: Ledelse og organisering

Som underviser er det min opgave at sørge for, at eleverne får mulighed for at lære det ønskede. Dette søges opfyldt ved at eleverne først skal løse opgaver i deres grundbøger for at opøve færdigheder, hvor de vil have rig mulighed for at spørge undervejs for derefter at anvende dette i en mere praktisk opgave efterfølgende. Hvert emne lægges ud med klassesamtale om det pågældende emne for at få et fælles begrebsapparat. Eleverne får ligeledes her mulighed for at spørge ind til det faglige (fx løsningsstrategier, formler og formuleringer). Derefter arbejder eleverne på egen hånd, hvor jeg indtager rollen som vejleder, hvis der er behov for dette.

Tegn

Tegn på at eleverne opfylder de opstillede mål vil være, at de først og fremmest kan arbejde selvstændigt med opgaverne uden for megen hjælp, jf. Brousseaus a-didaktiske situationer. Derudover vil der også være mulighed for, at eleverne kan indgå i dialog med hinanden i løsningen af problemet/opgaven samt derigennem anvende faglige begreber herfor.

Evaluering

Den endelige evaluering af dette forløb munder ud i en fremlæggelse af udvalgte opgaver, hvor eleverne skal præsentere deres løsningsforslag inklusiv kommentarer derpå. Derudover rundes hver lektion af med en opsamling på dagens arbejde, hvor jeg kan få indblik i, hvor langt eleverne er kommet.

Refleksioner

Efter endt undervisning har jeg noteret mig følgende:

- To grupper, som arbejder ganske godt sammen
    - Den ene grupper arbejder stort set altid i klassen, og vil meget gerne i dialog med underviser – dialogen er for det meste relevant faglig karakter (der stilles spørgsmål til opgaverne, løsninger)
    - Begge grupper forholder sig kritisk til deres løsningsforslag – *det kan da ikke passe*, regner opgaver igennem igen, går gerne i dialog med både underviser og klassekammerater

  - Den anden grupper arbejder helst uden for klasselokalet. Jeg har på fornemmelsen, at eleverne deler arbejdet ud mellem sig – siger ofte ved gennemgang af lektie: *Har du sendt det til mig?*
- En gruppe, som ikke virker særlig interesseret i faget
  - De siger ikke noget i timerne
  - Jeg har svært ved at finde ud af, om det bare er fordi, at de ikke gider, eller om det er fordi, de ikke kan
  - De spørger aldrig om hjælp
  - Gruppen går altid ud fra klasseværelset, når de har mulighed for det
- En lille gruppe som virker til at have det svært ved faget, men de har lysten til at lære → de spørger tit ind til opgaverne og vil gerne have hjælp – udbryder nogle gange: *Jeg kan simpelthen ikke finde ud af det her!* Men fortætter alligevel med at løse opgaverne
  - Jeg kan se, at de prøver: gruppen snakker meget sammen: *Hvordan gjorde du det?*

Hensigten med forløbet var, at eleverne skulle arbejde problemorienteret, hvilket jeg ikke synes lykkedes, da det kun var dele ar problembehandlingskompetencen, der kom i spil. Desuden var der lagt op til, at der skulle opstå diskussion/samtale mellem klassen og dem, der fremlagde.

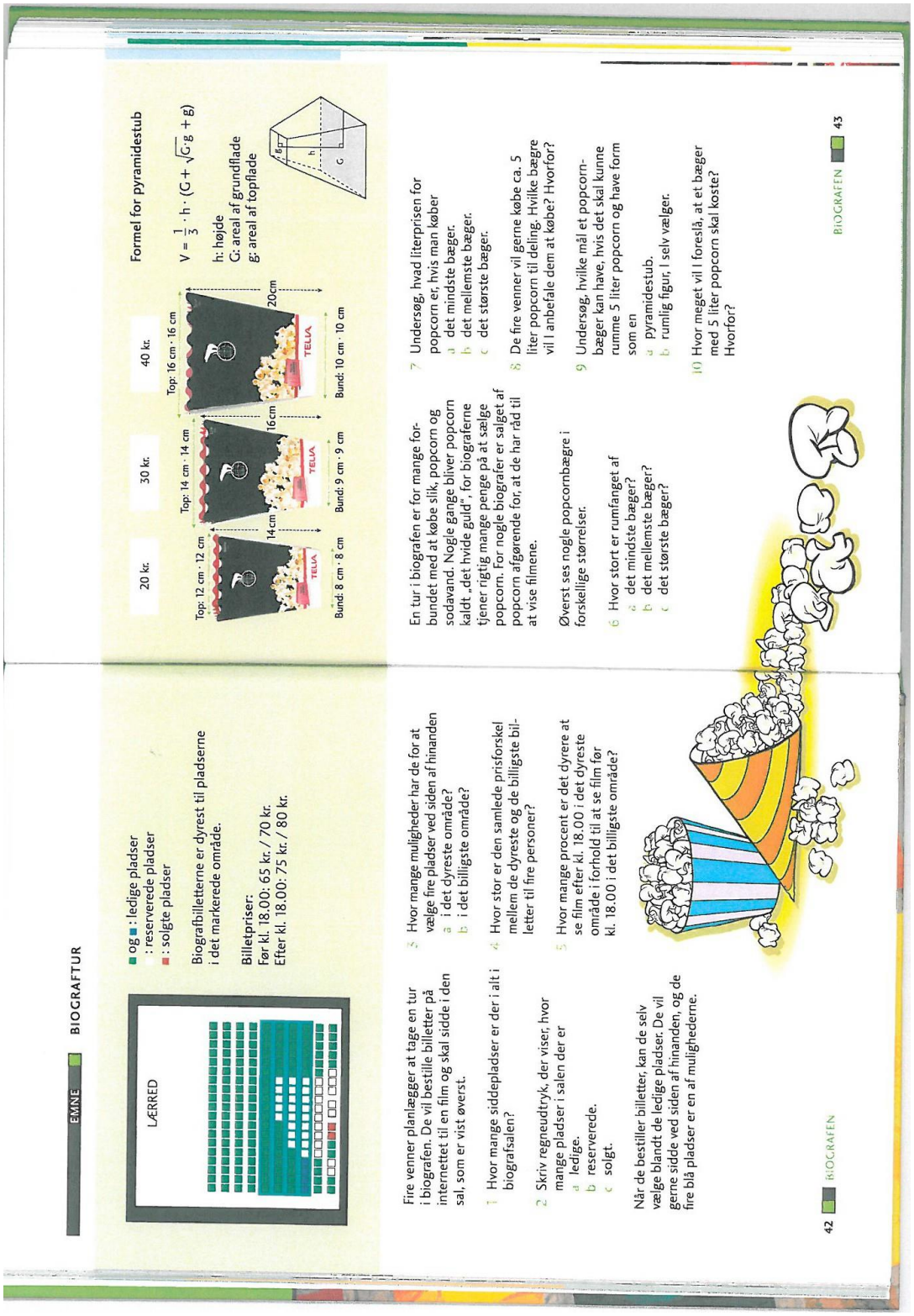
- Dette kom især til udtryk til fremlæggelserne – jeg havde gjort det klart, at det var deres løsningsforslag, der skulle præsenteres, og at de skulle sammenligne deres undersøgelser med lærebogens. Til fremlæggelserne viste eleverne 'bare' deres løsningsforslag
- Én gruppe havde virkelig taget det til sig (opgaven med popcornbægre): De havde undersøgt og sammenlignet forskellige bægre, og var kommet frem til en fagligt begrundet løsning
- Enkelte grupper sagde knap nok noget til fremlæggelserne – de viste løsningsforslagene
- Samtalen ved fremlæggelse var et flop – klassen tog ikke imod denne invitation.
  - Jeg forsøgte at åbne samtaler med spørgsmål som: *Hvilke resultater fik I? Havde I forventet dette udfald? Hvorfor tror I, at der ikke var så stor forskel?* – men der var ingen respons fra eleverne, og til sidst gav jeg op, så fremlæggelserne kunne afvikles 'smertefrit'.

Til tider følte jeg mig lidt bundet af materialet – det kunne være fordi, at dette var det første, jeg præsenterede for eleverne og derfor ikke turde lave noget materiale selv allerede der.

Overvejelser til 'næste gang':

Målene skal være mere synlige for eleverne, så de også ved, hvorfor de laver, det de gør. Opstille konkrete krav/forventninger til fremtidige fremlæggelser. Være mere opmærksom på 'svage' elever og have differentieringsmuligheder parate til 'begge sider'. Det undersøgende element skal være mere tydeligt – jeg skulle evt. have lavet opgaverne selv, hvor muligheden for hints kan foreligge, således eleverne ikke blev så bundet af grundbogen.

Bilag 2– Biografen



EMNE BIOGRAFTUR

LÆRRED

og : ledige pladser
: reserverede pladser
: solgte pladser

Biografbilletterne er dyrest til pladserne i det markerede område.

Billetpriser:
Før kl. 18.00: 65 kr. / 70 kr.
Efter kl. 18.00: 75 kr. / 80 kr.

Fire venner planlægger at tage en tur i biografen. De vil bestille billetter på internettet til en film og skal sidde i den sal, som er vist øverst.

1 Hvor mange siddepladser er der i alt i biografsalen?

2 Skriv regneudtryk, der viser, hvor mange pladser i salen der er
a ledige.
b reserverede.
c solgt.

Når de bestiller billetter, kan de selv vælge blandt de ledige pladser. De vil gerne sidde ved siden af hinanden, og de fire blå pladser er en af mulighederne.

3 Hvor mange muligheder har de for at vælge fire pladser ved siden af hinanden
a i det dyreste område?
b i det billigste område?

4 Hvor stor er den samlede prisforskel mellem de dyreste og de billigste billetter til fire personer?

5 Hvor mange procent er det dyrere at se film efter kl. 18.00 i det dyreste område i forhold til at se film før kl. 18.00 i det billigste område?

42 BIOGRAFEN

20 kr. 30 kr. 40 kr.

Top: 12 cm · 12 cm Top: 14 cm · 14 cm Top: 16 cm · 16 cm

Bund: 8 cm · 8 cm Bund: 9 cm · 9 cm Bund: 10 cm · 10 cm

14cm 16cm 20cm

TELLA TELLA TELLA

Formel for pyramidestub

$V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot (G + \sqrt{G \cdot g} + g)$

h: højde
G: areal af grundflade
g: areal af topflade

En tur i biografen er for mange forbundet med at købe slik, popcorn og sodavand. Nogle gange bliver popcorn kaldt „det hvide guld", for biografierne tjener rigtig mange penge på at sælge popcorn. For nogle biografer er salget af popcorn afgørende for, at de har råd til at vise filmene.

Øverst ses nogle popcornbægre i forskellige størrelser.

6 Hvor stort er rumfanget af
a det mindste bæger?
b det mellemste bæger?
c det største bæger?

7 Undersøg, hvad literprisen for popcorn er, hvis man køber
a det mindste bæger.
b det mellemste bæger.
c det største bæger.

8 De fire venner vil gerne købe ca. 5 liter popcorn til deling. Hvilke bægre vil I anbefale dem at købe? Hvorfor?

9 Undersøg, hvilke mål et popcornbæger kan have, hvis det skal kunne rumme 5 liter popcorn og have form som en
a pyramidestub.
b rumlig figur, I selv vælger.

10 Hvor meget vil I foreslå, at et bæger med 5 liter popcorn skal koste? Hvorfor?

BIOGRAFEN 43

Opgaven er fra Kolorit 8