

Indhold

Indledning.....	3
Problemformulering.....	3
Metode.....	4
Teori.....	4
BTC – Building Thinking Classroom	4
Opgaver - Problemløsningsopgaver	5
Gruppetdannelse – Tilfældige grupper	6
Elevernes arbejdsrum – Lodrette tavler.....	6
Teorien om didaktiske situationer	7
Den didaktiske kontrakt	7
Betydningen af spørgsmål i den didaktiske kontrakt.....	7
Tre kritiske faktorer ved den didaktiske kontrakt.....	7
Didaktiske situationer	8
Lærerens spørgsmål	9
Matematiske repræsentationer.....	10
Fagets formål.....	11
Praksisfortælling.....	11
Fokusgruppeinterview.....	12
Empiri	13
Praksisfortælling i en 1. klasse	13
Praksisfortælling i en 3. klasse	13
Fokusgruppeinterview.....	13
Analyse	14
Praksisfortællingerne	14
Fokusgruppeinterview.....	15
Åbne opgaver	15
Low Floor High Ceiling.....	16
Tilfældige grupper	17
Repræsentationsskifte	17
Den didaktiske kontrakt	18
Vurdering.....	19
Konklusion	20
Perspektivering.....	21

Litteraturliste..... 23

Indledning

For et par år siden begyndte jeg og min medvejleder at interessere os for brugen af specialundervisning i matematik på skolen. Vi var i tvivl om effekten af den daværende indsats med matematikløft udenfor klassen, eftersom eleverne vendte tilbage til den samme undervisning, som de havde svært ved. Spørgsmålet var, om ressourcerne ville være bedre brugt på en indsats i klassen.

I forbindelse med et forsøg med matematikstøttetimer til en gruppe af elever i to 7. klasser havde jeg desuden observeret, at kun en meget lille gruppe af eleverne generelt var aktive i problemløsning af opgaver. De øvrige elever imiterede, lavede overspringshandlinger mv., og de svageste elever havde nærmest ikke deltagelsesmuligheder. Det virkede særligt udtalt i gruppearbejde. Jeg lavede nogle små afprøvninger af undervisning med brug af lodrette tavler, hvor jeg observerede, at eleverne her deltog mere, også de svageste. Jeg undersøgte, til en tidligere opgave på vejlederruddannelsen brugen af gruppearbejde, og fandt bl.a., at udskolingen primært benyttede selvvalgte grupper.

Desuden henvendte mine matematikkolleger sig ofte omkring elever, som de beskrev som værende i generelle matematikvanskeligheder. Særligt ved overgangen fra indskoling til mellemtrin, hvor bogsystemet og opgaverne bliver mere komplekse, bliver det vanskeligt for denne gruppe af elever. De mangler tilsyneladende gode strategier og beror sig ofte på algoritmer, de ikke forstår. Vi begyndte at overveje, hvad undervisningen skulle indeholde, og hvordan den skulle organiseres, hvis vi skulle ændre vores den fra specialundervisning udenfor klasserne til understøttende undervisning i klasserne.

Kunne vi på vores skole lave en understøttende undervisning i indskolingen, hvor vi både tilgodeser de svageste elever, men hvor vi samtidigt udvikler undervisningen, så alle elever i højere grad selv tænker matematik. Min matematikvejlederkollega og jeg begyndte i samarbejde med ledelsen at udarbejde en plan for at omlægge den eksisterende specialundervisning i matematik til en understøttende undervisning, hvor vi som vejledere er med og modellerer undervisning i alle klasser i indskolingen i en periode i løbet af skoleåret. I løbet af skoleåret 2022/2023 har vi været ude at undervise i samtlige 17 klasser i indskolingen.

Jeg ønsker at undersøge den understøttende indsats, vi har afprøvet i det indeværende skoleår. Specielt vil jeg gerne have indsigt i, hvilken betydning den har haft i forhold til de svage elever og i forhold til praksis med henblik på videreudvikling.

Problemformulering

Hvordan kan jeg som matematikvejleder udvikle praksis i samarbejde med mine kollegaer, herunder den understøttende undervisning med brug af lodrette tavler og åbne opgaver, så alle elever får lige deltagelsesmuligheder og tænker matematik?

Metode

Jeg vil indledningsvist redegøre for Peter Liljedahls metode Building Thinking Classroom. Jeg vil fokusere på tre faktorer i undervisningen, som jeg har benyttet i min understøttende undervisning: opgaver, gruppedannelse og arbejdsrum.

Derefter vil jeg gøre rede for Brousseaus teori om didaktiske situationer. Jeg vil både komme ind på den didaktiske kontrakt og dens indflydelse på undervisningen ifølge Brousseau, som jeg vil uddybe med nogle af Morten Blomhøjs tanker om de implikationer, den didaktiske kontrakt kan have for undervisningen. Jeg vil også gøre rede for Brousseaus tanker, om hvordan man kan bruge didaktiske situationer i undervisningen.

Ud fra Gert Monstad Hanas tanker om lærerens spørgsmål, vil jeg bagefter belyse, hvilken betydning lærerens brug af spørgsmål har for konstitueringen af klasserummet og elevernes læring.

Dernæst vil jeg gøre rede for nogle væsentlige dele af formålet for faget matematik, hvilke krav der egentligt stilles til undervisningen i matematik i forhold til at kunne problemløse og arbejde selvstændigt.

Herefter vil jeg præsentere to praksisfortællinger fra min understøttende undervisning i henholdsvis en 1. klasse og en 3. klasse og to fokusgruppeinterview.

Jeg vil analysere de to praksisfortællinger, hvor jeg især ser på betydningen af den didaktiske kontrakt ud fra Duval og Blomhøj.

Derefter vil jeg analysere to fokusgruppeinterview ud fra emnerne åbne opgaver, Low Floor High Ceiling, tilfældige grupper, repræsentationskifte og den didaktiske kontrakt, hvor jeg inddrager Liljedahl, Hana, Brousseau og Duvals metode og teori. Jeg vil afslutte min analyse med en vurdering af mit undersøgelsesdesign.

Bagefter vil jeg præsentere min konklusion bygget på min analyse af min undersøgelse.

Afslutningsvist vil jeg perspektivere, hvor jeg især vil fokusere på, hvordan vi udvikler på den understøttende undervisning og praksis på baggrund af denne undersøgelse.

Teori

BTC – Building Thinking Classroom

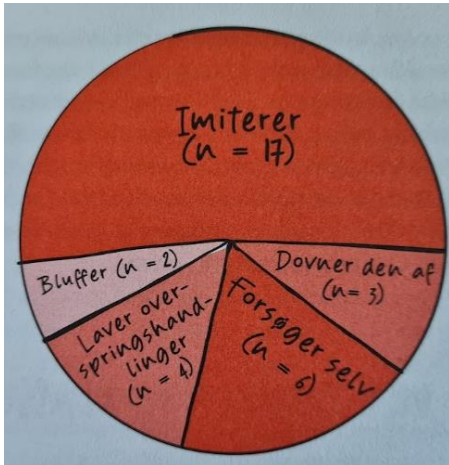
I det følgende vil jeg kort gennemgå Peter Liljedahls forskning, som ligger til grund for metoden til Building Thinking Classrooms. Herefter vil jeg redegøre for Liljedahls første tre faktorer, *opgaver*, *gruppedannelse* og *elevernes arbejdsrum*.

Peter Liljedahl har udviklet en metode til at gentænke undervisningsrummet for at øge elevernes tænkning i matematik. Baggrunden for udvikling af hans metode er observation i 40 forskellige klasser på forskellige skoler og med forskellige lærere. Her observerede han, at mange elever ikke tænkte matematik i undervisningen. Dette blev afsættet for et forskningsprojekt, som afdækkede 5 forskellige typer af elevadfærd: (Liljedahl, 2022, s. 25)

- 1) Dovner den af
- 2) Laver overspringshandlinger
- 3) Bluffer
- 4) Imiterer
- 5) Forsøger selv

Ikke-tænkende adfærd

Fordelingen af elevadfærd:



(Liljedahl, 2022, s. 27)

Peter Liljedahl fandt, at 75-85 % af eleverne udviste ikke-tænkende adfærd i 100 % af tiden. De elever, som udviste tænkende adfærd, gjorde det kun 8-12 minutter af en time. (Liljedahl, 2022, s. 26)

Herefter koncentrerede Peter Liljedahl sin forskning om udvikling af det tænkende klasserum. Han undersøgte forskellige faktorer, der kunne være variable i udviklingen heraf. Han fandt frem til 14 variable, der havde betydning for udvikling af elevernes tænkning. (Liljedahl, 2022, s. 30) Jeg valgte i første omgang at fokusere på hans tre første faktorer/variable i mit arbejde med understøttende undervisning i klasserne. Det drejer sig om opgaver, gruppedannelse og elevernes arbejdsrum. Dels for at afgrænse indsatsens omfang i denne første fase, dels fordi Peter Liljedahl selv anbefaler det, da det er de tre faktorer, som har vist sig at have den største betydning for elevers tænkning.

Opgaver - Problemløsningsopgaver

"Hvis vi vil have elever til at tænke, er vi nødt til at give dem noget at tænke over". Ifølge Peter Liljedahl er det afgørende, at eleverne arbejder med problemløsningsopgaver for at udvikle tænkning. Gode problemløsningsopgaver er ifølge Peter Liljedahl opgaver, som gør, at eleverne bliver nødt til at tænke. De bliver nødt til at eksperimentere, afprøve og også fejle samt bruge deres viden på nye måder. (Liljedahl, 2022, s. 35-36) Det ligger i tråd med Brousseaus tanker om vigtigheden af at iscenesætte *a-didaktiske situationer* for eleverne, som jeg kommer ind på senere.

Liljedahl arbejdede med tre typer af opgaver, der fordrede, at eleverne arbejdede med problemløsning, *Grublere, korttricks og virkelighedsnære opgaver*. Det er opgaver, der motiverer eleverne og får dem til at tænke. Fælles for dem er også, at de har *Low Floor og High Ceiling*. Low Floor betyder, at alle elever umiddelbart kan gå i gang med den viden, de har. High Ceiling betyder, at opgaver kan have en tvetydighed, flere løsninger og muligheder for udvidelser. Hvis opgaven har en løsning, vil der være flere mulige måder at finde en løsning på. (Liljedahl, 2022, s. 38)

Liljedahl undersøgte undervisning, hvor der blev arbejdet med tre forskellige typer af opgaver:

1. Undervisning, hvor eleverne arbejdede med problemløsningsopgaver
2. Undervisning i strukturerede opgaver indenfor læseplanen, som krævede problemløsning
3. Traditionel undervisning i læseplansopgaver med eksempelstykker.

Han fandt, at selvom eleverne blev bedre til at løse læseplansopgaver, hvis det var sådan, de blev undervist, så var eleverne bedre til at løse strukturerede opgaver med problemløsning indenfor læseplanen, hvis de havde arbejdet med problemløsningsopgaver før. (Liljedahl, 2022, s. 44-45)

Ifølge Liljedahl er det, fordi eleverne i den traditionelle undervisning lærer at imitere, men han fremhæver, at imitation ikke er en forløber for tænkning, og derfor heller ikke udvikler tænkning hos eleverne. Desuden bruger lærerne en stor del af undervisningstiden på at instruere i opgaver. (Liljedahl, 2022, s. 47)

Gruppedannelse – Tilfældige grupper

Peter Liljedahl fandt i sin forskning, at grupper kan være strategiske eller selvvalgte. De strategiske (lærerskabte) kan være fagligt eller socialt begrundet. De faglige begrundelser er pædagogiske (homogene/heterogene), produktivitet eller ønsket om arbejdsro, mens de sociale er diversitet, integration eller socialisering. Peter Liljedahl fandt, at eleverne på forhånd vidste, hvad deres rolle var. Problemet var, at 80 % af eleverne gik ind i gruppearbejdet for at følge med og altså ikke for at tænke selv. (Liljedahl, 2022, s. 57)

80 % mente, det var usandsynligt, at de selv kunne finde på en idé til en løsning. 90 % mente, det var usandsynligt, at deres egen idé ville være en løsning. Når læreren lavede strategiske grupper, var det de samme 10-20%, som altid tog føringen. De andre elever vidste godt, hvorfor de blev placeret hvor, hvilket betød, at de levede op til forventningerne, også de negative. Cooperative Learning forværede blot problematikken ifht. faste roller og forventninger. (Liljedahl, 2022, s. 58)

Peter Liljedahl fandt, at brugte man synligt tilfældige grupper, ændrede eleverne deres tilgang. Grupperne fungerede bedst, når der var både *resonans* og *diversitet* til stede, og den optimale gruppestørrelse var tre elever (to elever, hvis de var yngre, 1.-2. klasse). Tilfældige grupper betød, at nu udtrykte 100% af eleverne, at det var sandsynligt, at de ville bidrage med en idé. Selvom kun 50 % troede, idéen rent faktisk ville være en løsning, var alle villige til at prøve. (Liljedahl, 2022, s. 61-62)

Han observerede desuden, at tilfældige gruppe var med til bryde sociale grupperinger, som ellers stod i vejen for samarbejde. Desuden øgedes *vidensmobiliseringen* mellem eleverne, hvor de låner en idé, sammenligner idéer eller diskuterer forskellige idéer/løsninger. (Liljedahl, 2022, s. 64)

Elevernes arbejdsrum – Lodrette tavler

Efter afprøvning af forskellige muligheder fandt Peter Liljedahl ud af, at brugen af White Boards var det, der havde størst effekt på elevernes tænkning, og hvis tavlerne var lodrette eliminerede det overspringshandlinger og bluf. Og intet havde så stor en effekt som brugen af White Boards i kombination med tilfældige grupper. Han fandt, at "Elever tænkte i længere tid, diskuterede mere matematik og holdt ud, selvom opgaverne var svære". (Liljedahl, 2022, s. 74)

En årsag til de lodrette tavlers effekt var muligheden for at slette, hvilket minimerede risikoen for eleverne og gjorde dem mere trygge. Eleverne følte sig anonyme i det traditionelle klasserum, hvilket medførte, at de engagerede sig mindre eller koblede helt fra. Når eleverne i stedet stod op og arbejdede i grupper, undgik man den problematik. Brugen af tavler betød desuden, at eleverne kom i bedre humør og havde

mere energi, når de stod op. Det gav læreren direkte adgang til at se, hvad eleverne tænkte, og om gruppen havde brug for hints eller udvidelser. (Liljedahl, 2022, s. 77-79)

Teorien om didaktiske situationer

I mit arbejde med understøttende undervisning ude i klasserne træder jeg ind i en allerede etableret didaktisk kontrakt. Jeg vil her belyse effekterne af den didaktiske kontrakt, hvad der skal til for at ændre den, og hvorfor det er afgørende for elevernes læring.

Brousseaus teori om didaktiske situationer er inspireret af konstruktivismen og Piaget. Idet læring ikke udelukkende handler om elevens kognitive aktivitet, men hvor materialer/opgaver, sociale faktorer og kommunikationen mellem elev og lærer spiller en væsentlig rolle. (Skott, Hess, & Hansen, 2009, s. 417)

Den didaktiske kontrakt

"I sin mest generelle formulering består den didaktiske kontrakt af de gensidige forventninger om, at eleven forventes at lære, og læreren forventes at undervise, dvs. muliggøre læring." Den didaktiske kontrakt er ikke formaliseret og som ofte heller ikke ekspliciteret. Den er ikke skabt af lærer og elev, den er allerede etableret af læringssituationen. Kontrakten bliver synlig, hvis den bliver brudt. F.eks. hvis læreren stiller eleven en for svær opgave eller omvendt, hvis eleven ikke "prøver hårdt nok". For at opfylde den didaktiske kontrakt kan læreren præsentere et oplæg, svare på spørgsmål, stille materialer til rådighed mv. Eleven skal så bearbejde det, så den intenderede læring sker. (Skott, Hess, & Hansen, 2009, s. 421-22)

Betydningen af spørgsmål i den didaktiske kontrakt

Som en del af den didaktiske kontrakt stiller læreren eleven spørgsmål. Læreren stiller ikke spørgsmål for at få svaret. Det ligger implicit i kontrakten, at læreren har svaret. Læreren stiller i stedet spørgsmål med henblik på at skabe den intenderede læring. Ofte vil læreren give eleven en række hints, hvilket muligvis gør eleven i stand til at besvare spørgsmålet, men det kan ske helt uden den intenderede læring. Idet læreren søger at opfylde sin del af kontrakten, mister eleven muligheden for at opfylde sin. (Skott, Hess, & Hansen, 2009, s. 422-23)

Tre kritiske faktorer ved den didaktiske kontrakt

Ifølge Brousseau findes tre kritiske faktorer ved den didaktiske kontrakt. Det drejer sig om *Topaze-effekten*, *Jourdain-effekten* og *metakognitive skift*.

- *Topaze-effekten* opstår, hvis læreren simplificerer opgaven, så svaret ender med at være så indlysende for eleven, at der reelt ikke sker den intenderede læring.
- *Jourdain-effekten* opstår, hvis læreren tillægger elevens svar en betydning, som eleven ikke selv har tænkt, for at undgå et kontraktbrud, hvor det bliver synligt, at eleven ikke har lært det tiltænkte.
- *Metakognitive skift* er, hvor læreren inddrager forskellige hjælpemidler til at hjælpe eleven med at forstå noget, hvor elevens opmærksomhed bliver forskudt til brugen af hjælpemidlet, så den intenderede læring ikke sker.

(Skott, Hess, & Hansen, 2009, s. 423-24)

Ifølge Brousseau kan den didaktiske kontrakt betyde, at kommunikationen degenererer, og eleven i stedet lærer at afkode lærerens forventninger. Han fremhæver, at for at ophæve den negative effekt af den didaktiske kontrakt og undgå indflydelsen fra lærerens forventninger, kan man introducere situationer, hvor "eleven kan konstruere personlig viden som respons på den situation, hun konfronteres med i

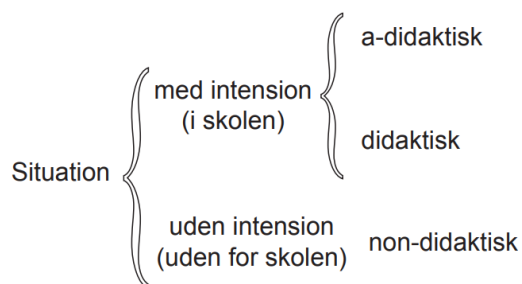
miljøet". Det er vigtigt, at eleverne kan gå i gang med den planlagte problemstilling med deres forhåndsviden, men at de skal generere ny viden for at komme videre. (Skott, Hess, & Hansen, 2009, s. 426) Dette svarer til Peter Liljedahls Low Floor High Ceiling, hvor eleverne kan gå direkte i gang med problemløsning.

Morten Blomhøj påpeger, at den didaktiske kontrakt understøtter klasseledelse og hjælper læreren med at organisere undervisningen. Eleverne ved, hvad de skal, og læreren har så mulighed for at hjælpe de svageste elever. Men i en undervisning baseret på den didaktiske kontrakt vil en *opgavediskurs* nemt komme til at præge kommunikationen om undervisningen. Det kan blive et problem, hvis eleverne udelukkende arbejder med opgaver, der er øvelsesopgaver, ud fra skabeloner eller lærerens eksempler. Der er også en risiko for, at der sker en forskydning af læringsmålene, fra udvikling af matematiske kompetencer til en instrumentel læring af bestemte metoder. Problemet er, at med instrumentel læring kan eleverne ikke leve op til målet for matematikfaget, hvor de selvstændigt skal kunne anvende matematisk viden og kompetencer i nye situationer. (Blomhøj, 2019, s. 94-95) Jeg kommer nærmere ind på formålet for faget matematik i et senere afsnit.

Didaktiske situationer

Brousseaus didaktiske situationer er situationer, hvor en eller flere elever skal agere i et miljø skabt af lærer, elever, materialer, oplæg mv. Læreren præsenterer en udfordring for eleven, således at eleven selv påtager sig udfordringen. Hensigten er, at eleven udvikler en vinderstrategi, og at der i processen med udvikling heraf sker en læring. (Skott, Hess, & Hansen, 2009, s. 428)

En fundamental didaktisk situation er en didaktisk situation, hvor læring af en bestemt viden er nødvendig for at udvikle en vinderstrategi. Ifølge Brousseau har al matematisk viden minimum én fundamental didaktisk situation, som kan skabe den læring. Det betyder, at ifølge Brousseau kan al matematisk viden læres i fundamentale didaktiske situationer. (Skott, Hess, & Hansen, 2009, s. 429)



(Skott, Hess, & Hansen, 2009, s. 431)

Brousseau skelner mellem intentionelle didaktiske og non-didaktiske situationer, som ikke er intentionelle. Jeg vil fokusere på brugen af de *didaktiske og a-didaktiske situationer* i fem faser af undervisningen. Men det er vigtigt at få med, at målet for læring ifølge Brousseau er, at eleven kan bruge sin viden uden for undervisningen, i non-didaktiske situationer.

Didaktiske situationer – her er læreren aktivt undervisende.

A-didaktiske situationer er, hvor elever selvstændigt arbejder i det miljø, læreren har konstrueret til udfordringen, men hvor eleven så vidt muligt er fri for forventninger og forklaringer fra læreren.

Devolution er den indledende didaktiske fase, hvor læreren overdrager et problem til eleven. Læreren introducerer en udfordring. Det er nødvendigt, at eleven selv påtager sig ansvaret, for at der kan udvikles en vinderstrategi. Elever kan have brug for at spørge mere, før de vil overtage. Tilfældige forslag kan være en del af processen, hvis de kvalificerer andre forslag, eller danner grundlag for, at eleverne arbejder på at udvikle en bedre vinderstrategi. (Skott, Hess, & Hansen, 2009, s. 433)

Aktion er næste fase, hvor eleverne selv arbejder med at udvikle vinderstrategier i miljøet. Fasen er primært a-didaktisk, hvor eleverne arbejder selvstændigt og ikke er påvirket af lærerens forventninger. Ifølge Brousseau forudsættes elevernes læring af a-didaktiske situationer, og netop de a-didaktiske situationer giver dem muligheder for at anvende matematik i non-didaktiske situationer, udenfor undervisningen. Selvom fasen er a-didaktisk, kan læreren gå ind og ændre på nogle didaktiske variable, hvilket fører til en ændring i læringspotentialet, og at eleven f.eks. skifter strategi. (Skott, Hess, & Hansen, 2009, s. 435)

De sidste tre faser vil jeg nævne kort. Det er først *formulering*. I denne fase forklarer eleverne til andre, de fremsætter hypoteser og strategier. Formuleringen kan være didaktisk eller a-didaktisk afhængig af situation, emne og elever. Herefter kommer *validering*. Validering er en didaktisk fase, hvor læreren styrer en debat, hvor eleverne selv diskutere hypoteser og strategier. Til sidst er *institutionalisering*, som indeholder lærerens overvejelser om læringsudbyttet set i forhold den etablerede matematik. (Skott, Hess, & Hansen, 2009, s. 436).

Lærerens spørgsmål

I det følgende vil jeg ud fra Gert Monstad Hana gøre rede for nogle af de påvirkninger, lærerens brug af spørgsmål har på klasserummet og elevernes læring. Jeg vil især fokusere på brugen af *tragtkommunikation* og *fokusering*, og hvilken betydning det har for elevernes tænkning.

Gert Monstad Hana påpeger, at lærere stiller mellem 300 og 400 spørgsmål hver dag. Disse er med til at danne klasserummets sociomatematiske normer, hvad eleverne opfatter som vigtigt og værdifuldt. (Hana, 2016, s. 156)

Ofte har spørgsmålene et IRE eller et IRF-mønster. Her stiller læreren et spørgsmål (initiativ), eleven svarer (respons) og læreren giver en tilbagemelding (evaluering/feedback). Hvis samtalerne i klassen overvejende har et IRE og IRF-mønster, giver det mindre rum for elevens egen tænkning, og samtaler kommer til primært at være reproducerende. (Hana, 2016, s. 157)

Tragtkommunikation er, når læreren bruger spørgsmål til at hjælpe eleven med at løse et problem/en opgave. Her snævrer læreren hele tiden spørgsmålene ind, så svaret til sidst ligger lige for, men hvor eleven ikke får en egentlig forståelse. Tragtkommunikation bruger lukkede eller styrende spørgsmål for at hjælpe eleven til at løse problemet på en bestemt måde, men eleven ender som statist i lærerens ræsonnement. (Hana, 2016, s. 157)

Fokusering er modsætningen til tragtkommunikation. Her skal spørgsmålene ikke få eleven til at løse et problem på en bestemt måde. I stedet skal spørgsmålene baseres på elevens egne udsagn, hvor læreren guider eleven med afsæt i elevens egen tænkning. Dette er væsentligt for elevens oplevelse af at blive forstået og respekteret, og i følge Dyste har det større betydning for elevens læring, at spørgsmålene tager afsæt i elevens egne udsagn, end hvilken type spørgsmål læreren stiller. (Hana, 2016, s. 158)

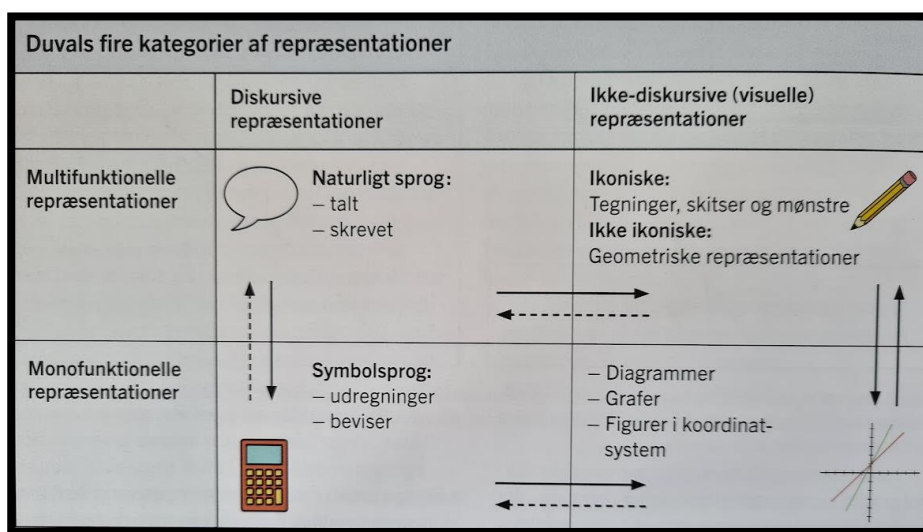
Matematiske repræsentationer

Jeg vil her gøre rede for Duvals fire repræsentationer. Ifølge Duval er det vigtigt, at eleverne arbejder med repræsentationer og skift mellem repræsentationer af flere årsager.

- Matematik har mange forskellige repræsentationer.
- Forståelse for sammenhængen mellem repræsentationer er nødvendig for en del af den matematiske forståelse.
- De ofte abstrakte repræsentationer giver mulighed for at forstå og behandle konkrete situationer.

(Bull & Blankholm, 2021, s. 62)

Især de handlemuligheder eller kompetencer, som repræsentationerne giver ifht. konkrete situationer, er med til at understøtte, at eleverne rent faktisk kan leve op til formålet for faget matematik.



(Bull & Blankholm, 2021, s. 64)

Diskursive multifunktionelle repræsentationer omfatter både talt og skrevet sprog. De indbefatter også matematiske ræsonnementer og regnehistorier, som ikke indeholder beregninger og symboler eller et visuelt element.

Diskursive monofunktionelle repræsentationer bruger symbolsprog og skrevne repræsentationer. De består af repræsentationer som udregninger, formler og beviser.

Visuelle multifunktionelle repræsentationer er visuelle repræsentationer som tegninger og skitser samt geometriske figurer, hvis disse ikke er placeret i et koordinatsystem.

Visuelle monofunktionelle repræsentationer består af figurer, diagrammer, grafer og geometriske figurer, som er i et koordinatsystem.

(Bull & Blankholm, 2021, s. 64-65)

Det er ifølge Duval i skiftet mellem repræsentationer, at eleverne udvikler forståelsen for sammenhængen mellem repræsentationer. Det kan enten være som:

1. Transformation, hvor skiftet er mellem repræsentationer, men indenfor den samme kategori.
2. Skift fra repræsentation i en kategori til en anden kategori.

Det er især skiftet mellem kategorier af repræsentationer, som elever ifølge Duvals forskning har svært ved. Ifølge Bull og Blankholm indikerer svarprocenter fra 9. klassernes afgangsprøver, at danske elever også har svært ved opgaver med skift. (Bull & Blankholm, 2021, s. 65)

Det er afgørende, at eleverne arbejder med flere repræsentationer samtidigt. Det kan enten ske ved, at det samme matematiske objekt repræsenteres i flere kategorier af repræsentationer, eller ved se på forskellige matematiske objekter i samme kategori. (Bull & Blankholm, 2021, s. 66)

Fagets formål

Jeg vil fremhæve nogle væsentlige pointer i formålet for faget matematik ifht. vigtigheden af, at eleverne arbejder med opgaver med problemløsningsopgaver.

- Stk. 1. Eleverne skal i faget matematik udvikle matematiske kompetencer og opnå færdigheder og viden, således at de kan begå sig hensigtsmæssigt i matematikrelaterede situationer i deres aktuelle og fremtidige daglig-, fritids-, uddannelses-, arbejds- og samfundsliv. (Undervisningsministeriet, 2019)

Ifølge formålet for faget skal eleverne ikke kun udvikle færdigheder, de skal også have matematiske kompetencer og viden, som de skal kunne anvende i deres liv udenfor klasserummet. De skal kunne anvende matematik i non-didaktiske situationer.

- Stk. 2. Elevernes læring skal baseres på, at de selvstændigt og gennem dialog og samarbejde med andre kan erfare, at matematik fordrer og fremmer kreativ virksomhed, og at matematik rummer redskaber til problemløsning, argumentation og kommunikation. (Undervisningsministeriet, 2019)

De skal kunne arbejde selvstændigt med problemløsning, hvor de ikke får serveret en metode eller et eksempel. Desuden skal de kunne have en dialog og samarbejde med andre omkring problemløsning, hvilket BTC med arbejdet i tilfældige grupper omkring problemløsning opøver kompetence i.

Praksisfortælling

Som en del af mit undersøgelsesdesign har jeg valgt at inddrage to praksisfortællinger, en fra hver af de to årgange, hvor jeg også har gennemført fokusgruppeinterview. Jeg vil gerne undersøge, hvordan den svageste gruppe af elever agerer og interagerer i den understøttende undervisning, når de skal arbejde undersøgende med åbne opgave i tilfældige grupper, og belyse eventuelle forskelle mellem de to årgange.

Praksisfortællingerne er baseret på to elever, der er udpeget af deres matematiklærere, som elever med store udfordringer i matematik. Der er tale om elever, som tidligere ville være blevet tilbudt et matematikløft. Praksisfortællingerne er baseret på Kaas og Cangers beskrivelse af metoden. (Kaas & Canger, 2016, s. 269-284)

Kendetegnende for praksisfortællinger er, at der er tale om centrale, udvalgte episoder fra praksis. Episoderne er udvalgt af praktikere med det formål at arbejde med at udvikle praksis. Praksisfortællinger er del af en humanistisk fænomenologisk tradition. Perspektivet i fortællingerne er den professionelle praktikers, og der er derfor tale om subjektivt forankrede fortællinger. Det betyder, at en praksisfortælling ikke har en tilstræbt objektivitet, men tillader individets oplevelse af episoden, idet metoden tillægger praktikerens erfaringer væsentlig betydning. Da praksis altid indgår i en kontekst, er det vigtigt at få konteksten for episoden med. Praksisfortællingen er en del af den narrative praksis, hvor fortællingen er med til at konstruere en subjektiv fremstilling af virkeligheden. Hvilket også betyder, at hvis det var en andens praksisfortælling, ville det være en anden narrativ, selvom episoden var den samme. (Kaas & Canger, 2016, s. 269-272)

Fokusgruppeinterview

Rammen for fokusgruppeinterviewene var, at jeg lavede et interview med to matematiklærere på 1. årgang og et med to matematiklærere på 3. årgang. Alle lærere har deltaget i den understøttende undervisning i deres klasser. Tre af lærerne har to klasser på deres årgang. Tre ud af de fire lærere er linjefagsuddannede i matematik. Den yngste lærer har været lærer i fire år, den mest erfarne har undervist i 22 år i matematik. Ingen har tidligere erfaringer med understøttende undervisning. Jeg har valgt to årgange, hvor jeg ikke selv er lærer, idet jeg er bevidst om min dobbeltrolle som intern konsulent. Min vejlederkollega, som er lærer på 1.årgang, deltager ikke i interviewet af samme årsag.

Interviewene har en fænomenologisk tilgang, da jeg er optaget af mine kollegaers forståelser og oplevelser af den understøttende undervisning og deres observationer. Det er deres subjektive oplevelse og forståelse, jeg søger at afdække med mit interview. (Mottelson & Jacob, 2017, s. 112)

Jeg bestræber mig på at være aktivt lyttende og være åben overfor mine kollegaers oplevelser i undervisningssituationen. Jeg benytter mig dels af spejling og tænkepauser i interviewet. Jeg søger at "bevare en holdning præget maksimal åbenhed overfor fænomenerne". (Kvale & Brinkmann, 2009, s. 159)

Fokusgruppeinterviewet er et semistruktureret interview. Interviewet er baseret på en interviewguide. Guiden består af en række forskningsspørgsmål, som er blevet omsat til flere korte og konkrete interviewspørgsmål (se bilag 1). Jeg har benyttet Kinseys typer af interviewspørgsmål i udarbejdelsen af mine interviewspørgsmål. (Kvale & Brinkmann, 2009)

Det semistrukturerede interview giver mulighed for at stille opklarende spørgsmål, ligesom det giver mulighed for at uddybe eller omformulere spørgsmål efter behov.

For at opnå størst mulig transparens har interviewpersonerne fået interviewguiden før interviewet. De er blevet informeret om formålet, at interviewet bliver brugt i denne opgave og til intern brug på skolen. Efterfølgende får interviewpersonerne ligeledes adgang til mine data fra interviewene.

Empiri

Praksisfortælling i en 1. klasse

Jeg modellerer undervisning i en 1. klasse, hvor der er en del elever med forskellige udfordringer. Blandt dem er en dreng, der ifølge læreren er særligt udfordret i matematik og andre fag. Han er lyststyret og har svært ved at fastholde sin opmærksomhed, men det vides ikke, om han har særlige vanskeligheder i matematik. Jeg har aftalt med matematiklæreren, at hun især skal være opmærksom på de elever, som hun oplever, har det svært i den daglige undervisning.

I dagens time skal vi lave en åben undersøgende opgave, hvor vi bruger lodrette tavler og eleverne inddeles i tilfældige grupper. Eleverne skal fordele en bondemands dyr i to indhegninger. Det kan være både grise, høns og får, men dyrene skal i alt have 20 ben. Drengen virker interesseret og kommer med kommentarer, både relevante og knap så relevante, men han har svært ved ikke at afbryde andre, sidder meget uroligt og prikker til andre drenge omkring ham.

Drengen kommer i gruppe med to piger, da der er et ulige antal elever i klassen. Han kommenterer på det, men måske mere for at få opmærksomhed end pga. en egentlig utilfredshed.

Drengen snakker med pigerne, om hvordan de kan løse opgaven, og de finder også en løsning. Når han har tuschen, tegner han nogle gange noget helt andet. Det virker svært for ham at bruge tuschen til at vise sine tanker. Da de skal finde andre mulige løsninger, er han mindre med. Det sker flere gange, at drengen snakker ud over klassen eller vandrer over til en anden gruppe. Noget snak handler om emnet, noget om andre ting. Læreren er omkring gruppen flere gange for at bringe ham tilbage i samarbejdet med pigerne om at løse opgaven. Han er meget interesseret i at fortælle om sin gruppes løsninger og dele med klassen, men efterhånden som timen skrider frem, falder han fra og mister opmærksomheden på opgaven.

Praksisfortælling i en 3. klasse

Jeg modellerer undervisning i en 3. klasse med en gruppe piger, som jeg tidligere har givet et matematikløft, hvor særligt en af pigerne brugte tællestrategi. Vi arbejder også her med en undersøgende opgave, hvor vi bruger lodrette tavler og tilfældige grupper. Sidste gang jeg underviste klassen, bemærkede matematiklæreren, at denne pige havde virket meget usikker og havde trukket sig helt fra opgaveløsningen i gruppearbejdet. De andre piger fra matematikløftet havde kastet sig ud i opgaven, måske fordi de er vant til, at når jeg er der, prøver vi os mere frem. Her skulle klassen arbejde med en opgave, hvor de skulle pakke flødeboller i æsker med 5 eller 9 flødeboller. Matematiklæreren taler med pigen om opgaven, og pigen afprøver et tilfældig forslag, som hun undersøger. Da pigen opdager, at hun har en mulig løsning, virker hun mere interesseret i at have tuschen og prøve noget af. Det er ikke altid, hun regner rigtigt, når hun undersøger, og hun gør i nogen grad brug af tællestrategi, men hun finder sammen med sin makker flere løsninger og påtager sig også at skrive sin makkers idéer ned. Vi prøver også at finde et mønster i løsninger, hvor klassen deler deres løsninger. Det virker, som om hun har svært ved at se det mønster, der viser sig. Men i de efterfølgende lektioner er hun fortsat mere aktiv i gruppearbejdet.

Fokusgruppeinterview

Jeg har udvalgt en række citater fra de to fokusgruppeinterview og samlet dem i en citatoversigt (Se bilag 2). De er grupperet i emner for at skabe et bedre overblik og for at kunne se nogle tendenser og mønstre. Jeg har tilstræbt at gengive citaterne så retvisende som muligt, men har fjernet nogle gentagelser og lignende for at øge læsbarheden og sat tegn. Fokusgruppeinterview 1 er med **interviewperson A** og

interviewperson B fra 1. årgang. Fokusgruppeinterview 2 er med interviewperson C og interviewperson D fra 3.årgang. I den efterfølgende analyse supplerer jeg også med få andre citater fra interviewene.

Analyse

Praksisfortællingerne

Drengen i praksisfortælling 1 virker meget interesseret i undervisningen, men udviser også en del ikke-tænkende adfærd. Det er muligt, at han rent faktisk har tænkende adfærd i en del af undervisningen, at han tænker matematik en del af timen, men hans udfordringer gør, at han ikke kan fastholde sin opmærksomhed.

En del af hans adfærd kan også skyldes tilstedeværelsen af den didaktiske kontrakt. Han er en af de elever, som den didaktiske kontrakt giver læreren tid til at hjælpe i den daglige undervisning ifølge Blomhøj (Blomhøj, 2019, s. 94-95). Ifølge hans lærer har klassen en del to-lærertimer, hvor de bruger en del tid på ham.

Spørgsmålet bliver så, når drengen er vant til, at lærerne bruger så meget tid på at hjælpe ham, har han så overhovedet været igennem devolutionsfasen og overtaget problemet (Skott, Hess, & Hansen, 2009, s. 433) Han forventer muligvis, at læreren kommer hen og viser ham, hvordan han kan gøre, så han kan imitere en løsning. Læreren ønsker også, at drengen finder nogle løsninger på opgaven, så han får succes i sit gruppearbejde med pigerne. Hvis læreren hjælper ham til en løsning f.eks. med tragtkommunikation, vil han godt vide, at det ikke er ham, der har tænkt. Han vil så formentligt heller ikke tro, det er muligt for ham at finde andre løsninger.

Det er også muligt, at fordi gruppen havde fundet én løsning, stopper han med at tænke pga. en opgavediskurs. (Blomhøj, 2019, s. 94-95)

Matematiklæreren gav i det efterfølgende fokusgruppeinterview udtryk for, at indstigningen i opgaven havde været for høj for de svageste elever, hvor drengen er i blandt. Bl.a. oplevede hun, at repræsentationsskifte gjorde det svært. Det vil jeg komme mere ind på i analysen af interviewet. Er indstigningen generelt for høj, er det selvfølgelig vigtig at justere den.

I praksisfortælling 2 deltager pigen ikke i gruppearbejdet i den første lektion. Det kan selvfølgelig skyldes, at indstigningen i opgaven er for høj. Da jeg kender til pigen fra tidligere, er jeg tilbøjelig til at vurdere, det handler om imitation. Jeg har ikke vist hende en måde opgaven kan løses på, så har hun ikke andre strategier, hun kan bruge, når hun skal arbejde med problemløsning.

I denne og den tidligere lektion er her skabt en a-didaktisk situation, men eleven har tydeligvis ikke selv overtaget problemet. Det er jo ret afgørende, hvordan læreren agerer i situationen. I første lektion havde læreren blot observeret pigens adfærd, da læreren også er bevidst om ikke at give pigen en løsning, at hun skal tænke selv. Men læreren er simpelthen i tvivl, om hvad hun skal gøre, når hun ikke kan vise pigen en metode.

Anden gang vender læreren tilbage til devolutionsfasen og sikrer, at pigen har forstået opgaven, så hun er klar til at overtage problemet. Læreren opfordrer pigen til at afprøve en løsning, så undersøge og forbedre den. Dette fører til, at pigen rent faktisk kommer frem til sin egen løsning og har lyst til at finde flere. Læreren lykkes altså med at ændre den didaktiske kontrakt.

Fokusgruppeinterview

Analysen af fokusgruppeinterviewene er inddelt efter emnerne fra citatoversigten. Da 1. årgang og 3. årgang i nogen grad divergerer i deres oplevelse af den understøttende undervisning, vil jeg i analysen sammenholde dem.

Åbne opgaver

I dette skoleår har jeg undervist i 10 forskellige klasser fra 0. til 3. årgang i åbne opgaver. I interviewet spørger jeg ind til lærernes oplevelser med de åbne opgaver i den understøttende undervisning. Jeg har i samarbejde med min vejlederkollega udvalgt opgaverne ud fra Peter Liljedahls kriterier for gode problemløsningsopgaver. Opgaverne var primært grublere eller virkelighedsnære opgaver. (Liljedahl, 2022, s. 35-36)

Fokusgruppeinterviewene viste, at lærerne havde været meget begejstrede for undervisningen i de åbne opgaver for så vidt, det gjaldt elever, der ikke havde vanskeligheder i matematik. Begge årganges lærere udtrykte, at eleverne var meget motiverede og aktive, og at de virkelig fik tænkt matematik undervejs i processen.

Interviewperson C fra 3. årgang siger bl.a.:

”Den undersøgende matematik, altså der er jo meget mere fokus på processen, som giver en større frihed, hos alle elever. Altså en frihed til at være i matematikken på en eller anden måde.”

Lærernes oplevelser divergerede, når det kom til de svageste elever. Mens 3. årgangslærerne oplevede, at de åbne opgaver motiverede de svage elever, havde 1. årgangs lærere en mere blandet oplevelse. De påpeger blandt andet, at manglende færdigheder hos de svageste elever er et problem, når de skal arbejde med åbne opgaver.

Interviewperson A fra 1. årgang udtrykker det:

”Det er det med at arbejde undersøgende... det med at arbejde systematisk, hvis man skal på arbejde systematisk. Det vil sige, så skal du faktisk også have et vist fagligt niveau... hvis ikke du har et vist niveau af færdigheder, så bliver det svært. Så løser du bare et eller andet, famler lidt i blinde, men til hvad?”

Mens interviewperson B påpeger, at to svage elever i hendes klasser reagerede forskelligt på de åbne opgaver:

”Hun prøvede, men det var jo altså ramt tit ved siden af. Det var fuldstændig øst og vest. Hvor jeg synes, de andre, de var alle sammen aktive, også dem der har lidt ekstra krudt i måsen, som ikke kan sidde stille, så var der også en dreng, der godt kunne finde ud af at være med, og han faktisk synes det var sjovt, altså fastholde fokus.”

Hun oplevede, at den nævnte pige var ude af stand til at bidrage med noget i gruppen:

”Så er det måske, fordi at makkeren har fundet dem (løsningsmuligheder).”

Lærerne fra 3. årgang gav udtryk for, at de åbne opgaver netop tilgodeså de svageste, og de åbne opgaver gav svage elever større motivation og deltagelsesmulighed i undervisningen.

Interviewperson C fremhæver motivationen, og at elevens kompetencer kom mere i spil:

”Hans kompetencer kommer meget mere til udtryk, når vi arbejder undersøgende, og at han får jo en meget større selvtilid indend for matematikken. At OK matematik er ikke bare at lægge tal sammen og trække fra. Altså, det er jo ikke bare algoritmer.”

Lærerne fra 1. årgang havde bemærket, at nogle gange forekom der det, som Brousseau benævner, et metakognitivt skift, hos de svage elever, hvor elevens opmærksomhed forsvinder ind i et hjælpemiddel som en tavle, en terning eller centicubes. Eller som i praksisfortælling 1, hvor tuschen bliver brugt til at tegne noget irrelevant. (Skott, Hess, & Hansen, 2009, s. 423-24)

Lærerne fra 1. årgang mente dog begge, at hvis eleverne allerede fra 0. klasse vænnede sig til at arbejde med åbne opgaver, ville de svageste elever muligvis lære at beherske dem. Jeg kommer mere ind på dette under den didaktiske kontrakt.

Low Floor High Ceiling

Begge årgange oplevede, at den lave indstigning medførte, at nogle af de allerdygtigste elever meget hurtigt fandt én løsning, og så forventede en ny opgave. Her opfylder de jo egentlig den didaktiske kontrakt og løser opgaven, og så forventer de, at læreren også opfylder sin del og giver dem en ny og sværere opgave. Det er et udtryk for, at de er en del af en opgavediskurs (Blomhøj, 2019, s. 93). Begge lærere på 3. årgang mente dog, at det var et spørgsmål om tilvæning. De havde begge iagttaget, at de dygtige elevers tilgang havde ændret sig undervejs bl.a. på grund af de udvidelsesmuligheder, der var i opgaverne. Lærerne på 1. årgang udtrykte tvivl, om det er muligt i praksis at finde opgaver med Low Floor og High Ceiling, som tilgodeser alle elever i en klasse.

Interviewperson A siger:

"Lav indstigning eller indstigning for alle, så selv det at vælge en opgave, hvor alle kan være med på det også det laveste niveau selv. Det kan være svært. Den kan også blive alt for let... hvis vi tænker indstigning, om vi skal tænke, at vi kan finde en opgave, der kan det for 25. Det er jeg i tvivl om."

Interviewperson B siger omkring High Ceiling og udvidelsesmuligheder:

"Der er mange af dem, der har styr på det. De finder jo en sport i, om de så kan finde flere løsninger. Hvor igen dem, der har det svært. Jamen. De er jo dårligt nok blevet færdige, nærmest med at finde én løsning.

Det er ikke fordi, lærerne på 1. årgang afskriver det. Men de påpeger, at her har de brug for noget supervision, hvis de skal kunne udvælge opgaver til hele klassen.

På 3. årgang observerede lærerne, at den lave indstigning betød, eleverne gik i gang med at problemløse med det samme.

Interviewperson D påpegede at det betød:

"Eleverne går i gang igen, at de har fået den der lille lampe, der tænder igen, Så måske kan jeg tage det skridtet videre, så du lærer dem det i flere trin. Og eleven får den der røde tråd igennem det, de arbejder med."

"Jeg har faktisk lavet noget, jeg kan bruge, det har været okay. Også selvom jeg måske ikke har lavet 10 muligheder som den anden gruppe. Den mulighed, jeg har lavet, er fin nok, og jeg kan endda arbejde videre med den mulighed at lave noget endnu bedre, eller også så kan jeg måske få inspiration af hinanden og prøve at lave det endnu bedre igen... en bedre løsning eller en smartere løsning."

Interviewperson D oplevede altså, at eleverne blev motiverede, når de oplevede, at de selvstændigt havde fundet ud af noget. Men han bemærkede også, at de bevarede motivationen, selv hvis andre nåede mere. Det kan skyldes, at der er tale om en form for fokusering, som Hana beskriver, hvor nye spørgsmål/udvidelser tager udgangspunkt i elevens egen tænkning/løsninger. (Hana, 2016, s. 158)

Tilfældige grupper

I forhold til brugen af tilfældige grupper påpegede alle fire lærere, at de observerede en positiv effekt både på gruppearbejdet og socialt i klassen. Interviewperson B fra 1. årgang var derfor begyndt at benytte det i klassen generelt, også i andre fag.

Interviewperson B sagde om tilfældige grupper:

"At de ser hinanden som personer på en anden måde og ikke kun, hvordan de er ude i frikvartererne, men også de kan bruge hinanden matematisk på en anden måde altså finder ud af, hov du er egentlig ikke så dårlig, som jeg måske gik og troede." "De tager det med videre og ofte og så blev der også dannet en legerelation, så de ser hinanden i et nyt lys." Hvilket stemmer overens med Liljedahls observationer om udvikling af øget empati og mindskning af socialt stress i klasser med tilfældige grupper. (Liljedahl, 2022, s. 55-65)

Interviewperson D observerede også positive effekter ved de tilfældige grupper, men havde mere fokus på de tilfældige grupperes betydning i forhold til tilgangen til problemløsning:

"Det er ret fedt at de får lov til at arbejde i tilfældige grupper, fordi det gør, at de går ind i det uden egentlig at have sådan en store ide, om hvad kommer der til at ske.... Eller andre ting som alle fordomme eller alle de her ting, der de kunne være forberedt på at gøre i grupperne. Det bliver lidt fjernet allerede, så de ved allerede nu, at vi skal bare arbejde... Indstillingen til at de skal arbejde i tilfældige grupper gør, at de måske tænker mere. Det er undersøgelsen, der er vigtig."

Interviewperson A fra 1. årgang og interviewperson C fra 3. årgang var mere forbeholdne overfor tilfældige grupper, når det gælder de udfordrende elever. Deres klasser er kendetegnet ved, at der sidder mange elever med mange forskellige udfordringer, ikke nødvendigvis faglige.

Interviewperson A påpeger, at kombinationen af en stærk og en svag elev er særligt udfordrende, hvor hun har observeret, at den svage elev bliver helt passiv:

"Jeg synes, der kan være en svaghed, hvis det er en meget stærk og en meget svag. Det kan være svært at få det gruppespil til at fungere, og den stærke kommer til at overtage det hele, fordi at den svage ikke bidrager med noget."

Mens interviewperson C mente, der i hendes klasse sad nogle særligt udfordrede elever, for hvilke tilfældige grupper slet ikke var en mulighed:

"Jeg lavede det jo random på computeren, og det gør man så ikke alligevel, fordi man tør jo selvfølgelig ikke."

Ifølge Liljedahl er det dog afgørende, at grupperne er tilfældige, fordi ellers falder eleverne ind nogle faste roller, og de faste roller står i vejen for elevernes tænkning. Hans forskning viser, at 100 % af de elever, der arbejder i tilfældige grupper, mener det er sandsynligt, de vil bidrage med en idé til en løsning, altså også de svage eller elever med andre udfordringer. Det er netop afgørende, at eleverne også oplever, at grupperne er tilfældige, ellers anser de dem for strategiske og fastholder deres roller. (Liljedahl, 2022, s. 55-65)

Repræsentationsskifte

En stor del af de opgaver, vi anvendte i den understøttende undervisning, indebærer repræsentationsskifte, især i elevernes egen problemløsning, hvor de skiftede mellem talt sprog, tegninger og udregninger. De skiftede altså primært mellem de tre, diskursive multifunktionelle repræsentationer, diskursive monofunktionelle repræsentationer og visuelle multifunktionelle repræsentationer. (Bull & Blankholm, 2021, s. 64-65)

Når lærerne på 3. årgang skal forklare, hvorfor overgangen fra 3. klasse til 4. klasse er så vanskelig for gruppen af de svageste elever samt gruppen lige over, handler det meget om, at kompleksiteten stiger. Det er her, det bliver virkeligt tydeligt, at den gruppe elever har vanskeligheder med repræsentationsskifte. De har ifølge lærerne på 3. årgang dårlige strategier.

Interviewperson D beskriver på det på følgende måde:

”Men så snart de skal noget andet eller skal finde tallene fra et sted eller aflæse eller lige pludselig indhente data fra et andet sted af, at bruge den, så kan de ikke længere kan lave den der sammenkobling mellem de 2 ting, ikke komplekse problemer.”

Ifølge lærerne på 3. årgang er det nødvendigt at arbejde med sammenkobling - repræsentationsskifte. De observerede, at netop de undersøgende opgaver gav eleverne mulighed for at arbejde med repræsentationsskifte og udvikle forståelsen af det. Det er også en forudsætning for at undgå nogle af de problemer, eleverne ellers får i overgangen til 4.

Lærerne på 1. årgang havde observeret, at det bl.a. var de flere forskellige repræsentationer i de åbne opgaver, der især udfordrede de svage elever.

Interviewperson B mente, at det måske var for tidligt at arbejde med for de svage elever:

”Altså de er ikke kommet dertil endnu, de ikke udviklet til det nu, tror jeg.”

Mens interviewperson A mente, at det ville kræve, at man arbejdede meget målrettet med det i de små klasser:

”Jeg tænker, især når vi har de helt små, for at kunne gøre det, så kræver det virkelig en introduktion en altså at vi som matematikdidaktik åbner det univers. Både laver nogle måske eksemplariske øvelser fælles på klassen med modeller.... Så jeg tænker de vil ikke opdage de ting af sig selv.”

At arbejdet med repræsentationsskifte er nødvendigt stemmer overens med Duvals teori. For ifølge Duval er evnen til repræsentationsskifte og forståelsen heraf en grundlæggende del af forståelse af matematikken. Det er desuden en forudsætning for at kunne anvende matematikken udenfor klasserummet. (Bull & Blankholm, 2021, s. 62)

Både Blomhøj og Hana påpeger desuden, at man ikke må gøre det for nemt for eleverne. Hvis man nedbryder og forenkler opgaver for meget ved f.eks. kun at arbejde med en repræsentation ad gangen, mister de deres potentiale for at udvikle elevernes tænkning. (Blomhøj, 2019) (Hana, 2016)

Den didaktiske kontrakt

Fokusgruppeinterviewene viste, at de to årganges lærere havde et forskelligt syn på betydningen af ændring af den didaktiske kontrakt. Lærerne på 1. årgang mente, at eleverne har en bevidsthed, om at reglerne er ændret, når der er understøttende undervisning, hvor vi arbejder undersøgende. Men de mener ikke, at de svage elever forstår, hvad de så skal i stedet eller formår at gøre det.

Interviewperson A udtrykker det sådan:

”De skarpeste de fanger, det er gamet. Det er det, der er på spil, når I kommer. Jeg er ikke sikker på, at den svageste gruppe helt har fanget eller forstået.... At de måske bare ville ønske, at det ligesom var lidt mere konservativt i, at det ligger bare matematik et facit et svar, godt videre, næste opgave.”

Begge 1. årgangslærere fremhæver, at netop de svageste elever i højere grad har brug for at lave traditionelle færdighedsopgaver for at opleve en succes og opnå motivation for faget, at de har behov for den didaktiske kontrakt. Peter Liljedahl vil dog mene, at der her er tale om imitation, som ikke vil udvikle deres tænkning.

På 3. årgang har de observeret, at ændringen i den didaktiske kontrakt netop var til for del for de svageste elever, hvor eleverne oplevede, at der blev løftet et pres fra dem, når der ikke var én vej og ét svar.

Interviewperson C så en ændring i de svage elevers tilgang:

"Det er jo det der med at vide, det er faktisk okay. Og altså blive sådan kan man kalde det matematikrobust. Blive sådan lidt, kaste sig ud i det og stole på de evner jeg har."

Interviewperson D bemærker, ændringen af den didaktiske kontrakt er en proces:

"Så først er det måske bare tilfældet, at de får lavet det, og så lærer den lidt af det, de laver, i stedet for det bare er regnestykke. Så ja deres tankegang udvikler sig hele vejen under processen. Så igen, det bliver mere processtyret frem for at resultatstyret, ikke."

Interviewperson D observerede også, at det også var en proces hos ham selv, hvor han skulle ændre sin praksis, særligt når det gjaldt spørgsmål. Han blev bevidst om, at han måtte ændre sin måde at bruge spørgsmål på, for ikke at standse elevernes tænkning.

"Jeg synes det var rigtig svært til at starte. Jeg blev selv meget frustreret... så jeg havde meget svært ved at sætte i gang til at starte med, indtil jeg begyndte at tænke. Jeg skal bare holde fast i den der. Hvad vil du selv gøre? Hvad tror du selv du skal gøre? Det var nu lidt svært for mig til at starte med lade være med at sætte ord i munden på dem, så det skulle jeg prøve at fjerne."

Det er også ret afgørende, hvordan læreren reagerer, når eleven henvender sig for hjælp, for at det forbliver en a-didaktisk situation. Her kan man komme til at bruge tragtkommunikation og spørgsmål, der lukker for tænkning, for at hjælpe eleven frem til en løsning. Det kan også være nødvendigt at gå tilbage til devolutionsfasen, hvis eleven ikke har overtaget problemet. Det er ikke nok, at jeg som vejleder kommer og vil skabe en a-didaktisk situation. Det er lige så vigtigt, at den anden lærer i klasserummet har intention og forudsætninger for at understøtte ændringen af den didaktiske kontrakt.

Vurdering

Da mit undersøgelsesdesign er kvalitativt, opfylder det ikke kriterierne for klassisk reliabilitet. Derfor vil jeg i stedet bruge Dahler-Larsens kvalitetskriterier for kvalitative undersøgelser til at vurdere min undersøgelse. (Dahler-Larsen, 2002, s. 75-89)

- Håndværksmæssig validitet: Jeg har søgt systematisk at undgå kilder til invaliditet. (Dahler-Larsen, 2002, s. 85) Jeg har valgt at bruge andre årgange end min egen for at øge validiteten. Ligeledes deltog min vejlederkollega, som er medskaber af den understøttende undervisning, ikke i interviewet på hendes årgang for undgå eventuel partiskhed.
- Transparens-kriteriet: Under hele min undersøgelse har jeg søgt at have størst mulig transparens. Jeg har sendt min interviewguide ud inden. Jeg har ved interviewenes start informeret om, hvad undersøgelsen skal anvendes til, dels som del af denne opgave og dels til det fortsatte udviklingsarbejde på skolen. Jeg giver desuden adgang til mine praksisfortællinger og citatoversigt.
- Kommunikativ validitet: Jeg har gjort brug af respondentvalidering. Jeg har transskriberet mine fokusgruppeinterview og valgt at samle de citater, som jeg primært baserer min analyse på, i en citatoversigt. Oversigten præsenterer jeg for mine interviewpersoner. Praksisfortællingerne er baseret på mine egne observationer, men jeg vælger alligevel at dele dem med de lærere, der også var til stede i undervisningssituationen, for validering. Ligeledes har de mulighed for at tilføje deres egne observationer fra undervisningen i fokusgruppeinterviewet.

(Dahler-Larsen, 2002, s. 75-89)

Jeg har søgt at øge reliabiliteten ved at lave to praksisfortællinger fra hver deres årgang, samt at lave fokusgruppeinterview med matematiklærerne på begge de to årgange.

Desuden vil jeg vurdere undersøgelsen ud fra, hvorvidt undersøgelsen har en gyldighed for personerne, som indgår i undersøgelsen, og som skal anvende den (Mottelson & Jacob, 2017, s. 2017). Min vejlederkollega og jeg anvender undersøgelsen i udviklingen af den understøttende undervisning, herunder hvordan man i højere grad kan udvikle praksis i den daglige undervisning, hvilket meget gerne skulle give undersøgelsen denne gyldighed. Jeg vil vurdere, at det ville gøre undersøgelsen endnu mere anvendelig, hvis man desuden lavede nogle elevobservationer med fokus på brug af spørgsmåls betydning for elevernes tænkning.

Konklusion

I min undersøgelse fandt jeg, at brugen af åbne opgaver motiverede eleverne og fik dem til at tænke mere matematik. Når det kom til den svageste gruppe elever, fandt jeg, at mens man på 3. årgang mente, at åbne opgaver især var godt for de svage elever, så mente 1. årgang, at de svage elever manglede færdighederne til det.

Opgaver med lav indstigning gav eleverne mulighed for selv at gå i gang med at arbejde med problemløsningsopgaver. Ifølge 3. årgang gjaldt det også de svage. Det gav dem desuden motivation til at kaste sig ud i udvidelser af opgaven. Desuden var der en tendens til en opgavediskurs hos de dygtigste elever. Der var dog en problematik ifht. at ramme et passende indstigningsniveau i 1. årgang, hvor lærerne fandt opgaverne for komplekse. Men lærerne ville gerne have vejledning i at vælge opgaver, som passede til elevgruppen. Her må man nødvendigvis være opmærksom på ikke at tømme opgaverne for tænkning og repræsentationsskifte.

Arbejdet i de tilfældige grupper viste generelt positive effekter både fagligt og socialt i begge årgange. I de klasser, hvor der sad flest udfordrede elever, udtrykte lærerne tvivl om det tilgodeså de udfordrede elever. Ifølge Peter Liljedahl er det afgørende, at eleverne arbejder i synligt tilfældige grupper, for ikke at falde ind i faste roller, og det gælder alle elever. (Liljedahl, 2022, s. 60) Men vi skal måske være opmærksomme på, at klasser med mange udfordrede elever har brug for mere vejledning og flere understøttende lektioner, for at projektet skal lykkes helt.

På 3. årgang fandt de, at det undersøgende arbejde med åbne opgaver gav eleverne mulighed for at arbejde med repræsentationsskifte, som ellers gav eleverne problemer i overgangen til 4. klasse, hvor kompleksiteten steg. På 1. årgang fandt de, at repræsentationsskifte netop gør det svært for de svage. Men man kommer ikke udenom, at det er nødvendigt, at eleverne udvikler en forståelse for repræsentationsskifte, da det ifølge Duval er grundlaget for en del af den matematiske forståelse, og for at man kan anvende matematik og dermed leve op til faget formål. (Bull & Blankholm, 2021, s. 62) Men vi vejledere må i samarbejde med lærerne arbejde videre med, hvordan det kan gøres med de svageste elever i de mindre klasser.

Ændringen af den didaktiske kontrakt viste sig at have stor betydning for, om eleverne tænkte matematik og var derfor afgørende for at projektet lykkedes. Mens 3. årgang så det som en fordel for de svageste elever at ændre den didaktiske kontrakt, oplevede lærerne på 1. årgang, at de svageste elever havde behov

for den didaktiske kontrakt og den anerkendelse, der ligger i opgaveløsning. I praksis havde 1. årgang sværere ved at ændre den didaktiske kontrakt af hensyn til de svage elever. Det betyder, at vi ikke nødvendigvis kan ændre praksis her med den nuværende indsats.

Udfordringerne kan skyldes, at den didaktiske kontrakt understøtter lærerens klasseledelse (Blomhøj, 2019, s. 92-93), hvilket nok fylder mere i de små klasser. Problemet er så bare, at eleverne ikke får tænkt selv, men imiterer.

Jeg fandt, at ændringen af den didaktiske kontrakt ikke nødvendigvis sker ved modellering af undervisning, som vi hidtil har gjort. Praksisfortællingerne belyser også vigtigheden af, at de lærere, der er til stede i undervisningen, understøtter den ændring, ellers falder eleverne tilbage i den didaktiske kontrakt, de kender. Desuden kan jeg som vejleder ikke skabe en ændring, hvis den kun gælder, de få lektioner jeg er i klassen.

Jeg vil overordnet konkludere, at jeg i samarbejde med mine kollegaer har fået skabt et rigtigt godt udgangspunkt for understøttende undervisning i indskolingen med lodrette tavler og åbne opgaver. Mange elever har fået tænkt en masse matematik, også svage elever. Men min undersøgelse har også kastet lys på nogle aspekter og udviklingsmuligheder, som jeg vil arbejde videre med i samarbejde med mine kollegaer. Det vil jeg komme nærmere ind på i perspektiveringen.

Perspektivering

I det forløbne skoleår har vi som vejledere været meget fokuseret på at modellere og flytte vores indsats ud i klasserne. Vi håbede, at vi ved at arbejde med åbne opgaver på lodrette tavler kunne give alle elever lige mulighed for at tænke matematik. Vi forestillede os, at vi ved at modellere undervisning kunne introducere vores kollegaer til metoden, og at det også ville have en effekt på deres daglige praksis. Men undersøgelsen viser, at modelleringen ikke kan stå alene, hvis vi skal have det fulde udbytte. Nedenfor vil jeg på baggrund af min undersøgelse trække nogle perspektiver frem til, hvordan vi kan udvikle den understøttende undervisning og i højere grad ændre den daglige praksis.

Noget af det væsentligste bliver samarbejdet med lærerne om at ændre den didaktiske kontrakt. Vi vejledere er gået ind i undervisningen med henblik på at skabe en anden didaktisk situation, hvor eleverne skal tænke mere selv. Men vi har behov for, at lærerne understøtter den ændring, også i den daglige undervisning. Hvis lærerne i højere grad skal kunne ændre deres praksis, bliver vi som vejledere nødt til at klæde dem bedre på til at løse opgaven bl.a. ved at bruge fagudvalgsmøderne. Her ville det være oplagt, at lærerne fik mere indsigt i de negative konsekvenser af den didaktiske kontrakt, men også i de læringspotentialer, der ligger i at skabe en anden a-didaktisk situation. Vi har tidligere arbejdet med gode spørgsmål i fagudvalget, men det har været som en idébank af spørgsmål. Der er behov for, at vi får operationaliseret det mere, hvornår, hvordan og til hvad bruger man de forskellige spørgsmål. Det er også nødvendigt at se på, hvordan vi kan arbejde med repræsentationsskifte hos de yngste elever.

Man kan også sætte ind med øget supervision i forbindelse med den understøttende og den daglige undervisning. Undersøgelsen peger bl.a. på, at lærerne har brug for supervision til udvælgelse af opgaver med et passende indstigningsniveau. Man kunne arbejde mere med devolutionsfasen, hvordan man sikrer sig, at eleven har overtaget problemet. Ud fra scenarier kunne man også arbejde mere konkret med brugen af spørgsmål. Hvordan undgår man i en konkret opgave at stille spørgsmål, der stopper elevens

tænkning. Hvilken spørgsmål kunne man stille, hvis man f.eks. gerne ville undgå tragtkommunikation og i stedet bruge fokusering.

Vi kommer også til at se på, hvordan vi fordeler og prioriterer vores indsats. I første omgang har 1., 2. og 3. årgang fået tildelt lige mange timer i understøttende undervisning, men det kan give mere mening at bruge flere ressourcer til 1. klasse for at grundlægge en anden didaktisk kontrakt fremfor at skulle ændre den senere.

På længere sigt skal vi undersøge effekten af vores ændringer. Her kommer vi også til se på, hvilken betydning skal det have for vores indsats på mellemtrinnet og i udskoling.

Litteraturliste

- Blomhøj, M. (2019). *Fagdidaktik i matematik*. Frederiksberg: Frydenlund.
- Bull, A. R., & Blankholm, T. (2021). Kategorier af matematiske repræsentationer. I A. R. Bull, & T. Blankholm, *Vidensbaseret Matematikundervisning 1, 6. til 10. klasse* (s. 61-76). Forlaget Matematik.
- Dahler-Larsen, P. (2002). Kvalitetskriterier i kvalitative undersøgelser. I P. Dahler-Larsen, *At fremstille kvalitative data* (s. 75-89). Syddansk Universitetsforlag.
- Hana, G. M. (2016). Lærerens spørgsmål - et virkemiddel til å være matematisk. I R. Herheim, & M. Johnsen_Høines, *Matematikksamtaler* (s. 155-168). Caspar Forlag.
- Kvale, S., & Brinkmann, S. (2009). Udførsel af et interview. I S. Kvale, & S. Brinkmann, *Interview - introduktion til et håndværk* (s. 143-162). København: Hans Reitzels Forlag.
- Kaas, L. A., & Canger, T. (2016). Praksisfortællinger. I L. A. Kaas, & T. Canger, *raktikbogen* (s. 269-284). København: Hans Reitzels Forlag.
- Liljedahl, P. (2022). *Det tænkende klasserum i matematik*. Akademisk Forlag.
- Mottelson, M., & Jacob, L. (2017). Metodologi. I M. Mottelson, & L. Jacob, *Undersøgelser - Videnskabsteori og metode i pædagogiske studier* (s. 111-128). Hans Reitzels Forlag.
- Skott, J., Hess, K., & Hansen, H. C. (2009). Brousseau og teorien om didaktiske situationer. I J. Skott, K. Hess, & H. C. Hansen, *Matematik for lærerstudende 3*. Forlaget Samfundslitteratur.
- Undervisningsministeriet. (2019). *Matematik Fælles Mål*. Hentet fra emu.dk:
https://emu.dk/sites/default/files/2020-09/GSK_F%C3%A6llesM%C3%A5l_Matematik.pdf