

Bachelorprojekt 2021, VIA UC Campus Nørre Nissum

Matematikkultur og udvikling af matematisk kompetence

Studerende

Lea Jeberg Slot (272070)

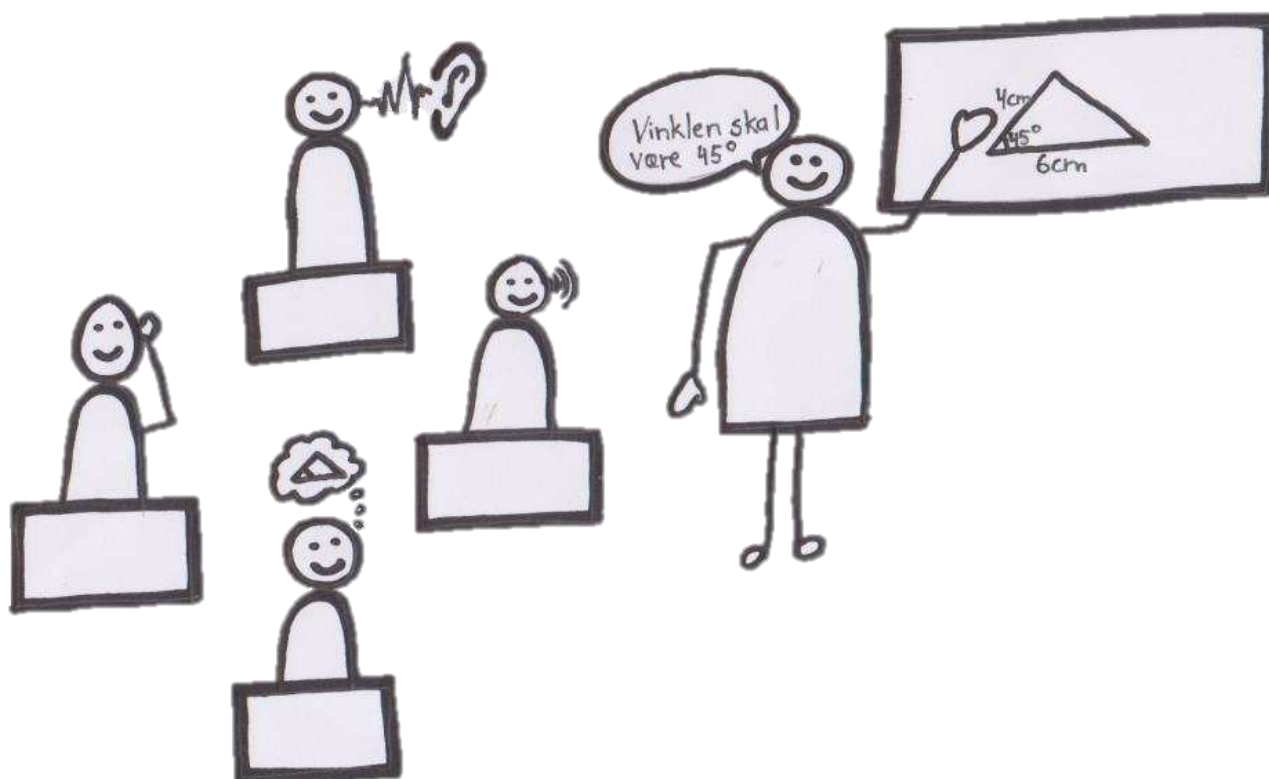
Vejledere

Mikael Skånstrøm

Hilmar Dyrborg Laursen

Anslag: 64.943

Bilag: 19.619



Indholdsfortegnelse

1. Indledende afsnit	3
1.1 Indledning og problemfelt	3
1.2 Problemformulering	3
1.3 Afgrænsning og begrebsafklaring	4
1.4 Læsevejledning	4
2. Metode	5
2.1 Undersøgelsesmetoder	5
2.1.1 Observation af klassekulturen	5
2.1.2 Eksempler på opgaver	6
2.1.3 Matematiktest	6
2.1.4 Interview om brug af regnestrategier	6
2.2 Videnskabsteoretisk afsæt	7
2.4 Forskningsoversigt	8
2.5 Ethiske overvejelser	8
3. Teori	9
3.1 Matematikkultur	9
3.1.1 Hvordan opstår klassekultur?	9
3.1.2 Sociomatematiske normer	9
3.1.3 Den didaktiske kontrakt	9
3.1.4 Opsamling på matematikkultur	10
3.2 Matematisk kompetence	10
3.2.1 Bente Jensens kompetencebegreb	10
3.2.3 Matematisk kompetence ifølge KOM-rapporten	10
3.2.4 Kvalifikation vs. kompetence	11
3.2.5 Regnestrategier - en del af matematisk kompetence	11
3.2.6 Opsamling på matematisk kompetence	11
4. Analyse	11
4.1 Teoretisk analyse	11
4.1.1 Regnestrategi som en del af de sociomatematiske normer	12
4.1.3 Sammenhængen mellem matematikkulturen og kompetenceudviklingen i matematik	12
4.2 Empirisk analyse	12
4.2.1 De sociomatematiske normer i undervisningen	12
4.2.2 Elevernes anvendelse af strategier og procedurer, samt tegn på matematisk kompetence	15

4.2.3 Matematisk kompetence vs. kvalifikation i undervisningen	18
4.2.4 Opsamling på analysen.....	19
5. Diskussion.....	19
5.1 Matematikkultur og udvikling af matematisk kompetence	19
6. Kritisk refleksion	20
7. Konklusion	20
8. Perspektivering	21
9. Referencer	22
9. Bilag.....	24
Bilag 1 - Observation af dobbeltlektion i matematik	24
Bilag 2 - Matematikopgave fra dobbeltlektion.....	27
Bilag 3 - Observation af sekvens om afleveringsmatematik	28
Bilag 4 - Eksempler på afleveringsmatematik	29
Bilag 5 - Matematiktest	30
Bilag 6 - Kodede videointerview	32
Bilag 7 - Uddrag af Hogrefes Mat3-test (Hogrefe Mat 3, u.d.)	38
Bilag 8 - Udpluk fra matematiktestens resultater	39

1. Indledende afsnit

1.1 Indledning og problemfelt

Gennem læreruddannelsen lærer vi, at vi ifølge Folkeskolens formålsparagraf 1 stk. 2 skal *"forberede eleverne til deltagelse, medansvar, rettigheder og pligter i et samfund med frihed og folkestyre."* (Børne- & Undervisningsministeriet, 2019a). Alle fag bygger på kompetenceudvikling, så eleverne kan træffe valg på et oplyst og hensigtsmæssigt grundlag. Fagformålet for matematik lægger sig op ad folkeskolens formål ved bl.a. at skrive (Børne & Undervisningsministeriet, 2019b, s. 7):

"Eleverne skal i faget matematik udvikle matematiske kompetencer og opnå færdigheder og viden, således at de kan begå sig hensigtsmæssigt i matematikrelaterede situationer i deres aktuelle og fremtidige daglig-, fritids-, uddannelses-, arbejds- og samfundsliv".

Det handler ifølge Fink, Blankholm og Skånstrøm (2020, s. 10) om, at eleverne ved at udvikle matematiske kompetencer, færdigheder og viden, skal kunne handle hensigtsmæssigt i situationer hvor matematik indgår. Nu og i fremtiden. Fagets formål adskiller sig altså ikke fra det generelle formål, og det oplevede formål i andre fag.

Jeg har oplevet en kløft mellem det, jeg har lært på læreruddannelsen, og den praksis jeg i mine praktikker og som vikar har oplevet i matematikundervisningen. Jeg har observeret, at den undervisning, jeg kommer med, som tager udgangspunkt i de matematiske kompetencer og en åben tilgang, ofte ikke lykkes. Jeg har grublet over, hvad jeg mon gjorde anderledes eller glemte, siden det ikke lykkedes. Jeg har lagt mærke til, at eleverne har haft svært ved selv at træffe valg, og svært ved at forholde sig til oplæg og opgaver, som ikke krævede enten en bestemt metode eller ét korrekt svar.

Da jeg har ikke haft samme udfordringer i andre fag, blev jeg nysgerrig på, hvad der gør matematikundervisningen så markant anderledes? Hvad er det, der gør, at eleverne kan blive forvirrede og ikke lykkes i den matematikundervisning, jeg har planlagt? Hvad er det, der reelt er på spil i matematikundervisningen?

Jeg er derfor nysgerrig på, hvordan jeg kan forstå matematikkultur generelt, hvilken rolle den spiller i undervisningen og om kulturen kan understøtte elevernes udvikling af matematisk kompetence.

I arbejdet med matematisk kompetence og matematikkultur har især regnestrategier vakt min interesse. Det skyldes flere ting; udover at være et opmærksomhedspunkt i Fælles Mål for matematik, gøres der også i læseplanen opmærksom på at: *"Det er centralt, at læreren udfordrer og støtter de enkelte elever på en måde, så eleverne udvikler deres regnestrategier på baggrund af deres talforståelse frem for at lære procedurer for opstilling og udregning. Der sigtes ikke mod opøvelsen af standardiserede algoritmer."* (Børne & Undervisningsministeriet, 2019b, s. 37) Derfor er det interessant i forbindelse med matematikkultur at kigge på undervisningens og elevernes brug af regnestrategier.

Disse overvejelser ligger til grund for min problemformulering.

1.2 Problemformulering

Hvordan kan man forstå matematikkultur med henblik på at udvikle matematisk kompetence, herunder regnestrategier i en 5. klasse?

1.3 Afgrænsning og begrebsafklaring

Da min problemformulering bygger på at forstå matematikkultur i forbindelse med udvikling af matematisk kompetence, vil jeg ikke her komme med en begrebsafklaring for de to dele. Jeg henviser derfor til mit teoriafsnit, hvor redegørelsen for den teoretiske udfoldelse findes.

Mit projekts udgangspunkt i undersøgelse af matematisk kompetence kan naturligt give anledning til undersøgelse af læring. Jeg vil dog som udgangspunkt ikke forholde mig til, hvad der skal til, for at opnå læring, men alene kigge på kompetence som begreb.

1.4 Læsevejledning

Udgangspunktet for mit projekt er at forsøge at forstå begrebet matematikkultur, og dens forbindelse til udvikling af elevernes matematiske kompetence. Mit projekt tager udgangspunkt i det angelsaksiske projektsyn (Pjengaard, 2019a, s. 68) og indledes med et metodeafsnit, der beskriver og reflekterer over metoderne og deres anvendelse. Mit empiriske grundlag, der skal danne udgangspunkt for min analyse af matematikkulturen samt potentialet for udvikling af matematisk kompetence, består af to matematikundervisningsobservationer og tilhørende opgaver. Den anden del af min empiri består af en test og fire opfølgende elevinterviews, som skal kortlægge elevernes brug af hhv. strategi og procedure som grundlag for vurdering af elevernes matematiske kompetence. Min videnskabsteoretiske tilgang er derfor hermeneutisk med inddragelse af både fænomenologiske og positivistiske elementer. Jeg forholder mig løbende kritisk i mit metodeafsnit.

I den teoretiske del forsøger jeg at begrebsafklare henholdsvis matematikkultur og matematisk kompetence ved hjælp af relevant teori. Jeg har valgt Torlaug Hoels beskrivelse af klassekultur for at forstå, hvad der er på spil i etableringen af en undervisningskultur. Dernæst har jeg valgt begreberne *sociomatematiske normer* og *den didaktiske kontrakt* til at udfolde kulturbegrebet i en matematikdidaktisk kontekst. Det giver mig mulighed for konkret at kigge på nogle delelementer som fx proces/løsning og strategi/procedure i min analyse. I forhold til matematisk kompetence har jeg valgt Bente Jensens kompetencebegreb, og på samme måde ført det over i matematikken ved at koble KOM-rapportens redegørelse for matematisk kompetence på. Derudover har jeg vha. Knud Illeris begrebsafklaret *kvalifikation* overfor *kompetence*, og derefter redegjort for regnestrategibrug som en del af matematisk kompetence. Det giver mig mulighed for at analysere både interviews og observationernes tegn på udvikling af kvalifikation vs. matematisk kompetence.

For at forstå mine to begreber og deres overlap som forudsætning for min empiriske analyse, består analysedelen af projektet først af en teoretisk analyse. Den empiriske analyses opbygning følger empiriens opdeling, da det giver mig mulighed for først systematisk at analysere udvalgte sociomatematiske normer, som min empiri lægger op til for at kunne forstå matematikkulturen i undervisningen. Efterfølgende analyserer jeg elevernes brug af strategi vs. procedure i testen som udgangspunkt for vurdering af kvalifikation vs. kompetence, for dernæst at kigge på samme parametre i undervisningssekvenserne. Således belyser jeg, hvilke sociomatematiske normer der dominerer matematikkulturen, hvad den didaktiske kontrakt i matematikundervisningen består af samt hvilke udfoldelsesmuligheder kvalifikation og matematisk kompetence har.

I den diskuterende del har jeg på baggrund af mine analyseresultater valgt at diskutere to perspektiver. Det første perspektiv er opgaveparadigmet overfor den undersøgende undervisning, da de bygger på to forskellige matematikkulturer, og også giver anledning til forskellig udvikling af henholdsvis kvalifikation og matematisk kompetence. Her anvender jeg bl.a. KiDM-rapporten, Blomhøj, Skovsmose mfl. Det andet perspektiv er dialogen som kultur og refleksion i undervisningen, med inddragelse af Olga Dystes forskning

af *det flerstemmige klasserum*. Perspektivet er relevant at diskutere, da dialogen fordrer refleksion - en del af kompetencebegrebet.

I den sidste del af opgaven vil jeg svare på min problemformulering og ud fra min analyse og diskussion konkludere på projektet. Jeg kommer derfor ind på hvordan matematikkulturen kan forstås i min empiri, og hvilken betydning det kan have for elevernes udvikling af matematisk kompetence. Min perspektivering peger på baggrund af konklusionen på ændringsmuligheder for matematikkulturen.

2. Metode

I mit metodeafsnit vil jeg redegøre for mine valg af undersøgelsesmetoder og deres udførsel samt begrunde mit videnskabsteoretiske afsæt. Jeg vil løbende kritisk reflektere over metoden samt mine data og argumentere for hvordan validiteten og reliabiliteten påvirkes i min opgave. Til sidst vil jeg redegøre for mine etiske overvejelser i projektet.

2.1 Undersøgelsesmetoder

Matematikulturen undersøges gennem observationer af matematikundervisningen i en 5. klasse som samt opgaveeksempler herfra. Matematisk kompetence undersøges dels via en matematisk test af 15 elever i samme klasse, hvoraf jeg efterfølgende valgte fire ud til interview om deres strategibrug i testen samt gennem samme observationer. Mine empiriske undersøgelser viser derfor et ganske lille udsnit af en matematikkultur og matematisk kompetence hos nogle få elever, og vil derfor ikke kunne være genstand for generalisering.

2.1.1 Observation af klassekulturen

Jeg har lavet to observationer af undervisningen. Fælles for de to observationer er, at jeg har observeret en undervisning, jeg ikke selv var en del af, men hvor jeg pga. mit kendskab til klassen og læreren er deltager, der observerer (Østergaard, 2017, s. 33-34). Mine to interviews adskiller sig fra hinanden ved, at sekvensen om afleveringsmatematik er impulsivt skrevet, fordi muligheden for at observere pludselig bød sig, og bærer derfor præg af en induktiv tilgang, hvor forløbet (ca. et kvarter) er beskrevet uden et egentligt fokus og derfor meget åbent som en slags feltnotater (Postholm & Jacobsen, 2016, s. 54). Jeg vidste, at jeg ville kigge på undervisningen, men ikke hvad jeg konkret ville bruge den til efterfølgende. Jeg har derfor pga. spontaniteten ikke på forhånd fortalt klassen eller læreren, at jeg observerede. I den anden observation af to lektioner havde jeg på forhånd aftalt med læreren, at jeg ville observere noget undervisningen i forbindelse med min opgave. Eleverne vidste, at jeg kom. De fik forklaret, at jeg ville sidde og observere og gå rundt og notere for at se, hvordan de havde matematik med deres matematiklærer.

Min observation af dobbeltlektionen havde dermed et mere klart fokus på matematikkultur i undervisningen, og jeg havde lavet et observationsskema (bilag 1) der var delt op i introduktion til dagens opgaver, selve opgaveløsningen og opfølgning (som vi ikke nåede). Skemaet havde kolonner med fokuspunkter jeg ville have lejlighed til at observere under de forskellige faser. Observationen var således mere deduktiv trods en delvis åbenhed, da jeg ikke på forhånd havde kategoriseret observationerne i forhold min teori.

Observationerne har den fordel, at de efterfølgende giver mig mulighed for at kigge på, hvordan deltagerne interagerer, og for at se på de kulturelle forhold i undervisningen (Østergaard, 2017, s. 31-32). Jeg har i mine observationer forsøgt at forholde mig så objektivt som muligt, men påvirkes naturligt af min dagsorden omkring kulturen og udvikling af matematisk kompetence og min opfattelse heraf. Derfor er der en vis subjektivitet i mine observationers fokus. Observationerne giver imidlertid ikke samme mulighed for at forstå fx lærerens motiver og handlinger, som et lærerinterview ville gøre. Jeg ved således ikke, hvad der

kan ligge til grund for den kultur, som jeg oplever i matematikundervisningen. Jeg kunne også have forsøgt at undersøge, hvad der er på spil i undervisningen ved fx at spørge eleverne ind til deres syn på en matematiktime. Det kunne måske give mig et mere nuanceret billede af matematikkulturen og derved øge reliabiliteten (2019b, s. 109).

To observationer kan ikke give et retvisende billede af den helhed, som undervisningen kan illustrere. Fx nåede læreren ikke opsamlingsdelen på de to observerede lektioner, som måske havde vist en anden type dialog. Det ville have øget validiteten, hvis jeg havde haft mulighed for fx at observere et helt undervisningsforløb frem for et lille udsnit (Pjengaard, 2019b, s. 109). Jeg kan dog udlede tendenser ud fra det observerede.

2.1.2 Eksempler på opgaver

For at understøtte mine observationer, har jeg indsamlet den opgave, som eleverne skulle lave om vinkler (bilag 2), fået eksempler på afleveringsmatematik, som var baggrund for undervisningssekvensen samt kopier af elevernes afleverede opgaver med lærerens rettelser på (bilag 4). Disse artefakter indgår også i min analyse ved relevans for at undersøge, om opgaverne stemmer overens med det observerede. De to metoder komplementerer altså hinanden (Frederiksen, 2020, s. 262).

2.1.3 Matematiktest

Jeg har udarbejdet en matematiktest (bilag 5) ud fra fire opgavesæt fra Folkeskolens 9. klasses afgangsprøver (Børne- & Undervisningsministeriet). Jeg har udvalgt fire opgaver fra hvert sæt, hvor de fire regningsarter testes. I alt 16 regnestykker, fire med hver regningsart. Jeg har valgt 9. klasses afgangsprøveopgaver til en 5. kl., fordi opgaverne lægger op til regnestrategibrug, og fordi jeg mener, at regnestrategimæssigt er opgaverne lettere end nogle af de opgaver, som præsenteres i Hogrefes Mat3 test til 3. kl. (bilag 8). De er også lettere end de afleveringsopgaver (bilag 4) som eleverne laver hver uge. Regnestykkerne er således udpluk fra eksisterende, godkendt test, men anvendt i en anden kontekst end den tiltænkte. Jeg har dog vurderet både regnestykkernes kvalitet og sværhedsgraden i forhold til netop denne 5. kl. og fundet dem passende til formålet.

Da testen udelukkende tager udgangspunkt i konkrete regnestykker i de fire regningsarter, og ikke tager hensyn til elevernes valg af regningsart i forbindelse med problemløsningsopgaver, giver den ikke et billede af, hvilke strategier eleverne anvender, når de selv skal vælge regningsart i fx tekstopgaver. Den giver heller ikke et totalt billede af elevernes regnestrategier, men kan give mig et indblik i, hvilke regnestykker eleverne mestrer i situationen, og en fornemmelse af elevernes brug af strategier. Derfor supplerer interviewene min metode.

Undersøgelse af elevernes brug af regnestrategier anvendes her som et parameter for deres matematiske kompetence. Validiteten påvirkes naturligvis i en negativ grad, da regnestrategibrugen ikke kan overføres direkte til elevernes matematiske kompetence og derfor ikke er dækkende. Jeg kan dog konkludere på deres valg og brug ud fra en tese om, at matematisk kompetence kræver hensigtsmæssig handling i forbindelse med matematik, og at kompetence og kvalifikation har forskellige tilgange. Sammenhængen mellem regnestrategibrug og matematisk kompetence redegøres der for i mit teoriansnit.

2.1.4 Interview om brug af regnestrategier

For at afdække elevernes brug af regnestrategier i testen, havde jeg brug for at gå fænomenologisk til værks, hvorfor jeg valgte at interviewe nogle af eleverne. Det for at få indblik i deres måder at udregne konkrete regnestykker på. Jeg valgte tre elever, som klarede sig bedst i testen samt en elev, som klarede sig mindre godt i testen, men regnede alle regnestykkerne. Det begrænsede udpluk af elever gør, at jeg ikke vil

kunne generalisere klassens brug af strategier, eller 5. klasseselevers strategibrug i almindelighed, men jeg vil kunne se tendenser.

Den kvalitative interviewmetode giver mig ifølge Brinkmann og Tanggaard (2020, s. 35) mulighed for at få adgang til elevernes livsverden, og bør kunne bidrage til udvikling af min forståelse af elevernes strategivalg. Ifølge Rasmussen, Warming og Kampmann (2017, s. 8) er netop indsigt og forståelse via interaktion et af argumenterne for at anvende børneinterview. Jeg havde ikke lavet en interviewguide, da mit formål udelukkende var af få eleverne til at forklare hvordan de havde gjort, og netop ikke fortælle om deres forhold til regnestrategier.

I interview med børn er der nogle etiske overvejelser, man bør forholde sig til, fx magtforhold (Rasmussen, Warming, & Kampmann, 2017, s. 11). Jeg har fx gjort det klart for eleverne, at jeg i interviewet ikke er interesseret i, hvorvidt de har regnet rigtigt eller ej, men undersøger, hvordan de tænker matematik. Det var vigtigt for mig, at eleverne ikke følte et præstationspres, men derimod at de skulle hjælpe mig med at forstå, og at de følte sig trygge i et ansigt-til-ansigt interview (Postholm & Jacobsen, 2016, s. 68). Da elevernes egen test var udgangspunktet for interviewene, valgte jeg individuelle interview, så elevernes forklaringer ikke kunne påvirke hinanden (Postholm & Jacobsen, 2016, s. 65).

Fremfor kun at optage lyd er mine interviews optaget på video. Udgangspunktet for samtalen var testen, så jeg filmede kun testen, vores hænder og en blyant. Jeg vurderede, at elevens gennemgang af regnestykker, opskrivning osv. var afgørende for den forståelse, jeg ønskede at opnå med de fire interviews. Jeg oplevede i mit pilotprojekt, at metoden var et godt redskab til forklaring. Samtidig følte eleverne ikke, at det var dem, der blev filmet, og virkede derfor komfortable med det.

Jeg har siden kodet mine interviews (bilag 6) i et skema, hvor jeg ud fra elevernes forklaring har skrevet selve udregningerne ind. Jeg har ikke skrevet præcise citater, da jeg ikke fandt det vigtigt for analysen, hvordan de forklarer sig, fordi selve formålet er forståelsen af strategien/proceduren. På den måde kan jeg anvende mine data direkte ind i min analyse.

Da interviewerens egen subjektivitet altid vil kunne påvirke dataene, har jeg gjort mig overvejelser over det. Jeg har mere dataorienterede interviews end det klassiske for metoden, og holdninger og oplevelser påvirker derfor ikke mine interviews. Jeg har stillet åbne spørgsmål og gjort mig umage for at validiteten påvirkedes så lidt som muligt, da eleverne selv skulle formulere deres forklaringer.

Den triangulering (Frederiksen, 2020, s. 261), som kombinationen af test og interviews giver, påvirker reliabiliteten i min undersøgelse i positiv grad, da hensigten var at kortlægge elevernes brug af henholdsvis regnestrategier og procedure, og interviewene derfor underbygger testresultaterne og kun denne sammenhæng kan give mig dette billede.

Mine undersøgelser kan derfor samlet set ikke være genstand for generalisering, men jeg vil kunne se tendenser i forhold til både matematikkultur og matematisk kompetence i den konkrete klasse.

2.2 Videnskabsteoretisk afsæt

Mit projekt har en hermeneutisk tilgang, hvor min egen subjektivitet er udgangspunktet for opgaven (Brinkkjær & Høyen, 2018, s. 81). Jeg vil gerne undersøge min forståelse af matematikundervisning empirisk, da jeg som tidligere nævnt har oplevet uoverensstemmelser mellem teori og praksis. Jeg forsøger gennem mindre dele af fænomenerne at forstå den helhed, som matematikkulturen og den matematiske kompetence repræsenterer i folkeskolen (s. 85). I denne forståelse har jeg inddraget andre videnskabsteoretiske perspektiver. Fx har jeg forsøgt at forstå matematisk kompetence ved først at

undersøge fænomenet fænomenologisk teoretisk, for derefter at anvende en delvist positivistisk tilgang i mit forsøg på at kortlægge den i praksis hos eleverne (s. 75). I undersøgelsen af matematikkulturen er jeg igen gået fænomenologisk til værks ved at forsøge at forstå teoretiske aspekter af fænomenet og undersøge matematikkulturen i klassen ud fra, hvad der viser sig (s. 97). Mine observationer tager derfor udgangspunkt i, hvordan der interageres i undervisningen (s. 109). Mit forsøg på at forstå matematikkultur i en sammenhæng med matematisk kompetence, er derfor min subjektive forståelse (s. 96).

2.4 Forskningsoversigt

Jeg har i forbindelse med min undersøgelse valgt at inddrage forskning, som synes relevant ud fra mine analyseresultater. Jeg kommer derfor ikke til at inddrage forskningen konkret i min analyse, men som baggrund for den diskussion, som mine resultater tager udgangspunkt i. På den baggrund har jeg udvalgt to forskningsprojekter, som jeg her vil præsentere.

KiDM-rapporten (Hansen, Elf, Misfeldt, Gissel, & Lindhardt, 2020) er et af de nyeste storskalaforskningsprojekter i Danmark lavet inden for undersøgende matematikundervisning. Det er et landsdækkende lodtrækningsforsøg, hvor 172 skolars 4.- og 5. klasser har medvirket (s. 10). Projektet har bl.a. til formål at styrke elevernes matematiske kompetencer, særligt problembehandling, modellering og ræsonnement samt at styrke elevernes læring og trivsel i matematikundervisningen (s. 11-12). Projektet tager både udgangspunkt i kvalitative og kvantitative undersøgelsesmetoder, og belyser således problemstillingerne på flere måder. Indsatsen er lærerhenvendt materiale, som tager udgangspunkt i en undersøgende tilgang til undervisningen, som synes kompleks og vanskelig i almindelig matematikundervisning (s. 14).

Jeg anvender også Olga Dystes forskning om det flerstemmige klasserum som diskussionsgrundlag (1997). Hendes forskning om autentiske spørgsmål, optag og høj værdisætning er et supplement til Nystrand og Gamorans studie af mere end 1000 klasserums mundtlige diskurs i USA, som viser sammenhæng mellem lærerens brug af autentiske spørgsmål og optag, og elevernes læring (Dysthe, 1997, s. 229). Dystes egen forskning bygger på en kvalitativ undersøgelse af primært tre klasser på tre forskellige skoler, hvor hun observerede tre læreres undervisning i længere tid, suppleret med udvalgte elev- og lærerinterviews, elevtekster samt spørgeskema til elever (s. 28-30). Hun undersøger ikke, hvad eleverne konkret har lært, men læringspotentialet ud fra det, som læreren serverede for eleverne (s. 22). Dyste undersøger derfor det *mundtlige klasserums* potentialer.

2.5 Ethiske overvejelser

I forbindelse med indsamling af mine data til empirien har jeg gjort mig nogle etiske overvejelser. Nogle af dem er beskrevet under den enkelte dataindsamlingsmetode, men her uddyber jeg de mere generelle overvejelser.

For at tage hensyn til mikroetiske problematikker i projektet (Brinkmann, 2020, s. 593) har jeg anonymiseret både skolens, lærerens og elevernes navne i projektet. De navne, der figurerer, er således opdigtede. Derudover har jeg indhentet skriftligt forældresamtykke fra samtlige elever i klassen, så jeg har kunnet filme, anvende fotos osv. i forbindelse med projektet. Forud for optagelsen med eleverne har jeg fået mundtligt samtykke fra de udvalgte. Jeg mener således at have forventningsafstemt, så eleverne ikke lider nogen overlast. Når jeg observerer en undervisningssekvens, kan man argumentere for, at lærerens undervisning udstilles i mit projekt. Det er imidlertid ikke hensigten, for det er fænomenet matematikkultur, jeg er nysgerrig på, og ikke om jeg nødvendigvis er enig i lærerens tilgang til undervisningen. For at påvirke observationen så lidt som muligt og samtidig forsøge at imødegå den problematik, har jeg fået lærerens samtykke til at observere noget undervisning, og se hvordan han

underviser. Vi har også løbende talt om, at vi underviser på forskellig vis, og vist respekt for hinandens måde at undervise på. Læreren har altså været vidende om, at jeg gerne ville opleve hvordan han underviser i klassen, og at jeg skulle anvende det i min opgave. Jeg vurderer derfor alene den matematikkultur, jeg har været vidne til i undervisningen.

3. Teori

I mit teori afsnit vil jeg forsøge at forstå mine to begreber ud fra forskellige perspektiver, og derfor redegøre for matematikkultur og matematisk kompetence ud fra udvalgt pædagogisk og fagdidaktisk teori.

3.1 Matematikkultur

Jeg vil her forsøge at forstå, hvad matematikkultur er, og derfor først redegøre for, hvordan kultur kan opstå, og dernæst med forskellige perspektiver redegøre for udvalgte aspekter af kultur i matematikundervisningen.

3.1.1 Hvordan opstår klassekultur?

Ifølge Torlaug Hoel (2013, s. 157) defineres klassekultur som værdier, normer og holdninger, som knytter sig til et bestemt fag og en bestemt lærer. På den måde er der ikke kun én kultur i en klasse. Opbygningen af normerne er ifølge Hoel det vigtigste for kulturen, fordi de påvirker elevernes holdning til det faglige arbejde og til hinanden (s. 158). Klassekultur er ikke en statisk størrelse, men kan forandres over tid, og etableres ofte ved første møde (s. 158). Måden vi håndterer første gang i en ny situation, er ofte definerende for den måde, vi fremover agerer på, og skaber på den måde kulturen. Hoel kalder det for prototypiske situationer (s. 160). Det er derfor afgørende at gøre sig grundige overvejelser over hvilken kultur, man ønsker at udvikle, inden man fx skal undervise en ny klasse.

3.1.2 Sociomatematiske normer

Da normer ifølge Hoel har stor betydning for en klassekultur, vil jeg med Cobbs begreb *sociomatematiske normer*, sætte det ind i en matematikundervisningskontekst (Skott, Skott, Jess, & Hansen, 2018, s. 144-150). Sociomatematiske normer drejer sig i det sociale perspektiv om selve holdningen til matematiske aktiviteter. Altså holdningen til, hvad der er et godt matematisk spørgsmål, hvad er en matematisk forklaring, hvordan løser vi opgaver, hvad er et godt svar osv. (s. 146). I forhold til det psykologiske perspektiv kendetegnes sociomatematiske normer ved elevernes forestillinger om matematik, og de kan selvsagt være forskellige fra elev til elev (s. 147). Forestillingerne kan være domineret af alt fra løsningsorientering vs. procesorientering, procedure vs. strategi, matematik som individuelt eller fællesskabende, som relevant i andre sammenhænge eller kun i faget selv, som lukket eller undersøgende osv. Sociomatematiske normer udvikles ifølge Cobb i samarbejdet mellem lærer og elev, men også eleverne imellem. Selvom læreren spiller en stor rolle i normudviklingen, udgøres den også af elevernes inputs og respons i undervisningen (s. 147). De sociomatematiske normer har derfor stor betydning for en classes opfattelse af matematikfaget.

3.1.3 Den didaktiske kontrakt

Matematikdidaktikeren Guy Brousseau udviklede omkring 1980 begrebet *den didaktiske kontrakt* som i dag er meget brugt (Skott, Jess, & Hansen, 2008, s. 419). Den didaktiske kontrakt bygger på de gensidige forventninger og forpligtelser man har i undervisningen, og hvilke opgaver henholdsvis lærer og elev forventes at udføre (s. 421). De forventninger er som regel implicite, og kommer først til udtryk, hvis kontrakten brydes, og enten lærer eller elev ikke lever op til det forventede. I matematikundervisningen kan der fx være en didaktisk kontrakt som bygger på, at læreren hver gang introducerer et emne ved gennemgang på tavlen og eleverne får tilsvarende opgaver, som de løser via den anvisning gennemgangen

gav. Kontrakten brydes, hvis læreren fx en dag har en anden tilgang til introduktionen, hvis opgaverne ikke kan løses ud fra introduktionen el.lign. Der sker altså kontraktbrud, når undervisningen ikke følger den implicitte kontrakt, der er mellem lærer og eleverne (s. 422).

3.1.4 Opsamling på matematikkultur

Matematikulturen opbygges mellem lærer og elever og påvirkes af holdninger og normer, som lærer og elever har til matematik og matematikundervisning. De sociomatematiske normer i klassens matematikkultur er med til at definere den didaktiske kontrakt mellem lærer og elever, som giver forudsigelighed og form i undervisningen.

3.2 Matematisk kompetence

Jeg vil i dette afsnit forsøge at forstå, hvad matematisk kompetence er og består af. Derfor vil jeg først redegøre for kompetencebegrebet, og dernæst aspekter af matematisk kompetence. Sidst vil jeg redegøre for regnestrategier og deres sammenhæng med matematisk kompetence som udgangspunkt for min analyse.

3.2.1 Bente Jensens kompetencebegreb

Ifølge Bente Jensen (2002, s. 45-46) er kompetencebegrebet sammensat af både et ydre aspekt som kan iagttages, og et indre mere subjektivt aspekt. Hun opererer med kompetence i dybden, som består af tre forskellige niveauer:

- Færdigheder, det ydre, hvor man kan måles og vurderes i forsk. situationer, fx tests, men også iagttagelser.
- Personlig kundskab og refleksivitet, det indre, som består af den enkeltes samspil med omgivelserne. Evnen til at fortolke og vurdere ligger her.
- Selvværdet, også det indre handler om ens selvopfattelse, mening og tillid til egne muligheder. Ud fra selvværdet springer også engagement og handleudfoldelser.

Kompetence er derfor en kombination af færdigheder/kvalifikationer, stillingtagen og handlemuligheder.

3.2.3 Matematisk kompetence ifølge KOM-rapporten

KOM-rapportens (Niss, et al., 2002) beskrivelse af matematisk kompetence lægger sig op ad fagformålets definition. Matematisk kompetence består ifølge Niss, et al. (2002, s. 43) i:

"at have viden om, at forstå, udøve, anvende, og kunne tage stilling til matematik og matematikvirksomhed i en mangfoldighed af sammenhænge, hvori matematik indgår eller kan komme til at indgå."

Ydermere defineres (Niss, et al., 2002, s. 43):

"en matematisk kompetence er indsigtsfuld parathed til at handle hensigtsmæssigt i situationer, som rummer en bestemt slags matematiske udfordringer."

Matematisk kompetence er således også i KOM-rapporten koblet til selvstændig stillingtagen og hensigtsmæssig handling i matematikholdige situationer. Matematisk kompetence består ifølge rapporten af otte matematiske kompetencer, som tilsammen udgør matematisk kompetence (Niss, et al., 2002, s. 44). Jeg kommer ikke nærmere ind på de enkelte matematiske kompetencer her, da det er den overordnede definition, som min empiri analyseres ud fra.

3.2.4 Kvalifikation vs. kompetence

Ifølge Illeris (2012, s. 39) er der en afgørende forskel på kompetencer og kvalifikationer. Mens kompetencer er måden vi handler på i forskellige situationer, og dermed flugter KOM-rapportens matematiske kompetencebeskrivelse, er kvalifikationer noget, man har lært eller kan, men som man kun kan gøre brug af i situationer, der ligner den læringssituation man forstod den i. Man kan derfor ikke nødvendigvis omsætte sine kvalifikationer til praksis (s. 40). I matematikundervisningen kan man godt lære noget (en kvalifikation) som man kan anvende i den matematiske sammenhæng, den er lært i, men som ikke kan omsætte til handling ved senere brug i en måske mere virkelighedsnær kontekst.

3.2.5 Regnestrategier - en del af matematisk kompetence

3.2.5.1 Regnestrategier vs. procedurer

Leksikalt skelnes ordene strategi og procedure ved at strategi er en overordnet plan med fokus på målet, mens en procedure er en fastlagt måde at gøre noget på, ofte fastlagt af formelle regler (Ordnet.dk). I matematikkens afgrænsning af strategibegrebet er fokus ifølge Ostad (2008, s. 14-16) på det, der sker, når matematikopgaver løses, og knytter sig således til løsningsprocessen. Ostad lægger sig op ad Goldmans to hovedkategorier inden for strategier. 1) De generelle strategier (metakognitive strategier) tager hovedsageligt udgangspunkt i matematikbøgerne og matematikundervisningens metodiske tilgang (Ostad S. A., 2013, s. 104). 2) Opgavespecifikke strategier er derimod adfærdsbaserede og dækker over forskellige løsningsmåder, en elev råder over, for at løse en matematikopgave. Ostads afgrænsning lægger sig derfor op ad den leksikale strategidefinition om, at der er fokus på målet for at løse opgaven (Ostad S. A., 2013, s. 104). Man kan derfor jævnfør Illeris's forståelse af kompetence/kvalifikation argumentere for, at regnestrategibrug er kompetencebaseret, mens procedurebrug i højere grad er kvalifikationsbaseret.

3.2.5.2 Regnestrategibrug som en del af matematisk kompetence

Ifølge EMU (EMU-redaktionen, 2021) er det afgørende, at regnestrategier og talforståelsen er på plads, for at eleverne kan udvikle matematisk kompetence. Regnestrategibrug kan derfor ikke sidestilles med matematisk kompetence, men er en grundlæggende færdighed, forud for udvikling af matematisk kompetence.

Samtidig kan man argumentere for, at man ved regnestrategibrug har og anvender matematisk kompetence jævnfør fagformålet og KOM-rapporten, da man i sin udvælgelse af strategi, skal være i stand til at tage hensigtsmæssig stilling i en matematikholdig situation.

3.2.6 Opsamling på matematisk kompetence

Kompetence indebærer ifølge Bente Jensen både færdigheder, men også en personlig refleksivitet og en tillid til egne handlemuligheder. Begrebet ændrer sig ikke meget, når vi taler om matematisk kompetence, og det er således ifølge KOM-rapporten evnen til at handle hensigtsmæssigt i matematiksituationer. Regnestrategibrug kan være et eksempel på matematisk kompetence, fordi man netop her skal handle hensigtsmæssigt og udvælge en strategi til at finde en løsning.

4. Analyse

4.1 Teoretisk analyse

I den teoretiske analyse vil jeg forsøge at forstå en sammenhæng mellem matematikkultur og matematisk kompetence, ved at tage nogle temaer op, som repræsenterer elementer fra begge begreber. Der er altså overlap mellem matematikkulturen og matematiske kompetence, som jeg vil belyse her.

4.1.1 Regnestrategi som en del af de sociomatematiske normer

Hvis man gerne vil udvikle elevernes regnestrategier, og give dem mulighed for mange forskellige måder at løse opgaver på, skal undervisningen underbygge det. Regnestrategibrug knytter sig til løsningsprocessen i højere grad end til resultatet, og det er derfor vigtigt, at udvikle en kultur i klassen, hvor selve processen har fokus i undervisningen. Der skal derfor opbygges en holdning til faget, hvor spørgsmål som "hvordan har du gjort?" eller "kan du forklare mig, hvordan du synes det er smartest at regne det her ud?" har større værdi, end spørgsmål som "hvad giver det?". Et godt svar i denne matematisk kultur vil derfor være en forklaring om hvordan, og ikke et korrekt svar. Udvikling af regnestrategier er derfor i høj grad noget, som udvikles i dialog mellem lærer og elev og af elevernes forklaringer for hinanden. En lærers spørgsmål om strategibrug til eleverne kan falde til jorden, hvis svaret er: "Jeg har bare regnet det ud". For at underbygge regnestrategiudvikling og -brug, er det derfor vigtigt, at elevernes forestillinger om matematik er domineret af procesvigtighed, forklaringer og forståelse for at strategivalget ændrer sig alt efter den sammenhæng, man skal bruge den i.

4.1.3 Sammenhængen mellem matematikkulturen og kompetenceudviklingen i matematik

Da målet med udvikling af matematisk kompetence er, at eleverne skal kunne tage stilling til og handle hensigtsmæssigt i matematikholdige sammenhænge, er det vigtigt, at man i matematikkulturen i undervisningen har dette for øje. Kulturen i undervisningen knytter sig til en bestemt lærer i et bestemt fag, og lærerens samspil med eleverne har derfor afgørende betydning for den holdning der opbygges omkring matematikfaget og forventninger i den didaktiske kontrakt. Hvis eleverne selvstændigt skal kunne tage stilling og handle i matematikholdige situationer, er det afgørende, at kulturen underbygger holdningen til, at matematik er relevant i andre sammenhænge end i faget selv, fx ved at anvende matematik fra hverdagssituationer i undervisningen. Derudover kan andre sociomatematiske normer også påvirke elevernes forudsætninger for reflektivt at kunne handle i matematiksituationer og påvirker derfor potentialet for udvikling af henholdsvis matematiske kvalifikationer og matematisk kompetence. Fx holdninger til hvad et godt matematisk spørgsmål og svar er, holdning der understøtter den procesorienterede- eller løsningsorienterede tilgang og om procedure eller strategi anses som målet for undervisningen. De normer påvirkes i høj grad af lærerens tilgang og holdning til matematik, men også af elevernes inputs i undervisningen og er derfor en del af den didaktiske kontrakt. De sociomatematiske normer og undervisningens didaktiske kontrakt må derfor også påvirke elevernes måde at tage stilling til og handle på i matematikholdige situationer.

4.2 Empirisk analyse

Jeg vil analysere min empiri ud fra den forståelse af matematikkultur og matematisk kompetence, som mit teoriafsnit og min teoretiske analyse har givet mig. Jeg vil derfor kigge på, hvordan kulturen observeres, og den matematiske kompetenceudvikling sættes i spil i 5. klasse. Jeg har derfor valgt nogle tematikker, som både bidrager til forståelse af matematikkulturen i klassen, samt hvordan elevernes matematiske kompetencer og kvalifikationer udvikles og kan vurderes.

4.2.1 De sociomatematiske normer i undervisningen

Jeg har i forbindelse med min analyse af de sociomatematiske normer i undervisningen udvalgt tre perspektiver som empirien er interessant at analysere ud fra. Det er mundtlig kommunikation, proces vs. løsning samt strategi vs. procedure i undervisningen. De udvalgte sociomatematiske normer giver mig også et billede af den didaktiske kontrakt i undervisningen.

4.2.1.1 Mundtlig kommunikation i undervisningen

I forbindelse med analysen af den mundtlige kommunikation vil jeg udelukkende belyse observationerne i forhold til inddragelsen af eleverne i lærerens gennemgang og hjælp, samt elevernes interaktion med hinanden. Dvs. anvendelse af de sproglige mundtlige færdigheder lytning og (sam)tale. Jeg kommer ikke konkret til at analysere på typer af kommunikation fx åben/lukket.

I observationen af dobbeltlektionen ses følgende mundtlig kommunikation under gennemgangen (bilag 1 s. 24): *" Forklaring af hvordan vinkelmåleren ser ud, og aflæses, metoden vises og forklares, læren taler, eleverne lytter."* Her er det læreren som taler, tegner og forklarer på tavlen uden inddragelse af eleverne. Eleverne skal udelukkende lytte.

Da eleverne skal lave opgaverne, opfordres til samtale (bilag 1 s. 24): *"Eleverne sidder i grupper, og læreren opfordrer til at hjælpe hinanden ved bordene."* Læreren understøtter her, at eleverne skal samtale om opgaverne.

Under opgaveløsningen, hvor læreren hjælper eleverne, udspiller en hjælpesekvens således (bilag 1 s. 25): *"...Hun får blyant og vinkelmåler tilbage, og skal nu selv sætte punkter. Læreren siger: "Så skal den være fem cm, så du skal sætte et punkt der. Og så skal der være en streg herfra og dertil."* Læreren taler selv, inddrager ikke Alma, og der lægges derfor op til, at Alma skal lytte. Samme gør sig gældende for andre hjælpesituationer (bilag 1 s. 26): *"Tendensen fortsætter alle steder, han hjælper. Han fører selv vinkelmåleren og blyanten, og laver en demonstration magen til den på tavlen. Når de så efterfølgende selv fører vinkelmåler, dikterer og peger han for dem. Han stiller ingen spørgsmål, men giver svar."* Læreren lægger derfor ikke op til samtale, men han forklarer, mens eleverne lader til at lytte.

Der er eksempler på interaktion, da eleverne tager opfordringen om at hjælpe hinanden til sig fx (bilag 1 s. 25): *"To drenge (Jan og Leo) drøner derudad sammen. De peger og snakker sammen."* Her gør eleverne brug af samtale i arbejdet med opgaverne.

I observationen af afleveringsopgavesekvensen ser kommunikationen mellem lærer og elever dog anderledes ud. Her gennemgår læreren to regnestykker på tavlen, og stiller spørgsmål til eleverne (bilag 3 s. 28): *"...Han sætter minusstykket op under hinanden, spørger eleverne, hvordan de skal gøre, og en af eleverne forklarer, hvordan han først trækker enerne fra hinanden, så ti'erne osv..."* og *" Derefter er det divisionsstykket. Her spørger han igen eleverne, men ingen melder sig umiddelbart. Han spørger, hvor mange gange 8 (100'eren) går op i 5, og en elev svarer..... og han spørger en af eleverne, hvor mange gange 5 går op i 31.... Han spørger en anden elev, hvor mange gange, 3 går op i 15..."*. Læreren inddrager her eleverne i den forklaring han giver, ved at stille spørgsmål til forskellige elever. Derfor skal eleverne både lytte i gennemgangen, men bidrager også til samtalen med konkrete svar på spørgsmål.

Opsamling

I dobbeltlektionen lægges der ikke op til samtaler, læreren taler mens eleverne lytter. Nogle elever taler dog sammen om opgaverne. I gennemgangen af afleveringsopgaverne bidrager eleverne til gengæld med svar, fordi læreren spørger og inddrager deres inputs i udregningerne.

4.2.1.2 Proces vs. løsning i undervisningen

I denne del vil jeg ud fra mine observationer analysere på, hvordan undervisningen fokuserer på henholdsvis proces og løsning i undervisningen. Derudover vil jeg undersøge afleveringsopgavernes tegn på proces vs. løsning.

Introduktionen af vinkelopgaverne og gennemgangen af fremgangsmåden bærer præg af at være løsningsorienteret (bilag 1 s. 24-25): *"Alle parametre er angivet, metoden vises og forklares, eleverne skal*

måle, afsætte punkter, lave vinkler og derudfra trekanten." Læreren viser metoden til at komme frem til resultatet, og eleverne skal ikke udtænke hvordan.

Når eleverne skal løse opgaverne, opfordrer læreren til at de arbejder sammen (bilag 1 s. 24): *"Eleverne sidder i grupper, og læreren opfordrer til at hjælpe hinanden ved bordene."* Dette lægger op til at hjælpe hinanden og sætte ord på processen, men her er det afgørende, hvordan eleverne hjælper hinanden. Fx fordrer dette eksempel fra observationen ikke meget proces-tænkning (bilag 1 s. 26): *"En elev sidder med naboens papir og tegner vinklerne og trekanten for hende. Hun følger ikke med, og har derfor et ark med rigtig løsning, som hun ikke selv har lavet."* Her hjælper den ene elev den anden, men hun laver det blot for hende, så hun også har det rigtige resultat. Denne form for hjælp bærer derfor præg af løsningsorientering.

Der er flere eksempler på løsningsorientering i løbet af opgaveløsningen fx (bilag 1 s. 26): *Hans spørger: "Tom, er det rigtigt nu?" Tom svarer: "Ja, nu ser det rigtigt ud"*. Her fokuserer Hans på resultatet fremfor processen.

I sekvensen om afleveringsmatematik ser gennemgangen således ud (bilag 3 s. 28): *"Han gennemgår det første af hvert stykke på tavlen med standartalgoritmer. Han sætter minusstykket op under hinanden, spørger eleverne, hvordan de skal gøre, og en af eleverne forklarer, hvordan han først trækker enerne fra hinanden, så ti'erne osv. Han forklarer hvordan han låner en tier ved siden af."* Læreren sætter rammen for metoden på vej til løsningen ved at skrive tallene op under hinanden, inden han spørger eleverne, hvordan de gør. Eleverne vælger metoden, som stemmer overens med den der vises. Sekvensen er derfor overvejende løsningsorienteret, fordi det vigtigste er at komme frem til det rigtige resultat, men der er dog en mulighed for at vise anden proces, fordi han spørger eleverne. Den løsningsorienterede tilgang understreges efter gennemgangen (bilag 3 s. 28): *"To streger sættes under facit."* Hermed illustrerer læreren, at løsningen er vigtigst.

I elevbesvarelserne på opgaverne (bilag 4 s. 29) ses også, at eleverne sætter to streger under facit, samt at læreren med sit "rettetegn" og kommentar om hvor mange rigtige eleven har fokuserer på løsningen.

Opsamling

Observationerne og afleveringsopgaverne er overvejende løsningsorienterede. Både lærerens gennemgang af opgaver og metoder men også elevernes egne udsagn peger på at løsningen er vigtigere end processen. Dette underbygges af elevernes afleveringsopgaver og lærerens måde at rette på.

4.2.1.3 Strategi vs. procedure i undervisningen

Jeg vil i dette analyseafsnit undersøge, om undervisningen i mine to observationer lægger op til brug af regnestrategier eller procedureregning.

Under introduktionen i dobbeltlektionen, gør læreren brug af procedureregning, idet han viser eleverne, hvordan de skal gøre (bilag 1 s. 24): *"Viser på tavlen et eksempel på en opgave. En linje, med et punkt, som vinkelmåleren skal ligge på, og tegne en bestemt størrelse vinkel og bestemt sidelængde."* og *"Alle parametre er angivet, metoden vises og forklares"* Eleverne skal derfor ikke selv finde løsningsmåder til at løse opgaven, når de selv skal løse opgaver, men blot anvende samme metode som vist på tavlen.

Når eleverne skal løse opgaverne, hjælper læreren eleverne på følgende måde (bilag 1 s. 25): *"Hjælper Alma. Tager selv blyanten og vinkelmåleren, og viser hende, hvor hun skal sætte punkter. Hun får blyant og vinkelmåler tilbage, og skal nu selv sætte punkter. Læreren siger: "Så skal den være fem cm, så du skal sætte et punkt der. Og så skal der være en streg herfra og dertil."* Læreren viser altså Alma, hvordan hun skal gøre, hvilken procedure Alma skal følge for at nå i mål, og udfordrer ikke Alma til selv at finde en måde at løse opgaven på. Det samme gælder, da han hjælper Adam (bilag 1 s. 25): *"...læreren holder*

vinkelmåleren, afmåler og viser, hvor eleven skal sætte prikker og streger.” Samme mønster gør sig gældende i resten af lektionen (bilag 1 s. 26): ”Tendensen fortsætter alle steder, han hjælper. Han fører selv vinkelmåleren og blyanten, og laver en demonstration magen til den på tavlen. Når de så efterfølgende selv fører vinkelmåler, dikterer og peger han for dem.” Der lægges altså også i opgaveløsningen op til procedurebrug.

I sekvensen om afleveringsopgaverne, gennemgår læreren de to typer regnestykker som er i opgaven (bilag 4), og hvordan de kan regnes (bilag 3 s. 28): *” Han gennemgår det første af hvert stykke på tavlen med standardalgoritmer. Han sætter minusstykket op under hinanden, spørger eleverne, hvordan de skal gøre, og en af eleverne forklarer, hvordan han først trækker enerne fra hinanden, så ti’erne osv... To streger sættes under facit.” og ” Derefter er det divisionsstykket... Han spørger, hvor mange gange 8 (100’eren) går op i 5, og en elev svarer. Han skriver op, med tre til rest. Trækker tallet ned, så det nu er 31...”* I subtraktionsstykket lægger læreren op til procedureregning ved at stille regnestykket op under hinanden. Eleven, der bliver spurgt, kan anvende en anden strategi til udregning, men det er proceduren, der lægges op til og den, eleven vælger.

Divisionsstykket demonstrerer også en procedure for udregning, men da stykket ikke umiddelbart er sat op som procedure, er der større mulighed for at eleverne kan vælge en strategi, da læreren spørger. Da ingen melder sig, viser han selv en proceduregennemgang af regnestykket.

Opsamling

Undervisningen bærer præg af en procedureorienteret tilgang. Læreren anvender og viser metoder, som eleverne vælger at anvende, og de udvælger ikke selvstændige strategier til løsning af opgaver. Ved afleveringsopgaverne kan der dog være plads til anvendelse af anden strategi, end den der lægges op til, men eleverne vælger den procedure, der lægges op til.

4.2.2 Elevernes anvendelse af strategier og procedurer, samt tegn på matematisk kompetence

Jeg vil i dette afsnit analysere elevernes udregninger, og kategorisere dem som regnestrategier eller procedurer jævnfør Ostads definition. Derfor udvælger jeg konkrete eksempler fra mine interviews, som illustrerer elevernes udregninger. Til sidst vil jeg i min opsamling kommentere på, om elevernes brug af hhv. strategier og procedurer viser tegn på matematisk kompetence.

Når jeg kigger på elevsvar i mine interviews, er der eksempler på både strategibrug, og procedureregning.

Fx fortæller Leo, at han udregner additionsstykket $2998+1999=4997$ på følgende måde (bilag 6 s. 32)

”9+98=107, Plusser 90, Plusser 1900”

Han forholder sig til selve regnestykket, og henter de strategier frem, som for ham virker smartest i den situation. Hans forholder sig også til selve regnestykkerne, og anvender i additionsstykkerne strategier i nogle tilfælde, mens han anvender procedureregning i andre tilfælde. Det ses af følgende eksempler (bilag 6 s. 32): $2345+997=3342$

”Enerne lagt sammen ($7+5=12$), Ti’erne lagt sammen, $9+23$.”

samt $2998+1999=4997$:

”Lægge tusinderne sammen, Tog 2 fra 1999 og lagde til 2998, så jeg havde 3000, altså 4000, og så havde jeg 997, som jeg lagde til 4000.”

Hans anvender altså procedureregningen lodret opstilling i første regnestykke, men gør brug af strategi i andet eksempel. Både Mø og Jan har anvendt procedureregningen lodret opstilling ved deres additionsstykker fx ved additionsstykket $2345+997$ (bilag 6 s. 32).

Mø:

"Plussede de to bagerste tal. $7+5$, $4+9$, Jeg skriver det ovenover hinanden"

Og Jan:

"Brugt lodret opstilling som metode, Sætter dem op under hinanden, $7+5=12$, 2 nederst, og 1 op (in mente), $5+9=14$, 4 ned og 1 op. $4+9=13$, 3 ned og 1 op Og så bare 3."

Ved subtraktionsstykkerne ses samme tendens. Leo kigger på regnestykket og vurderer, hvordan det smartest regnes ud, finder en strategi og anvender den fx i regnestykket $1302-298=1004$ (bilag 6 s. 33):

" $1302-8=1294$, Minusser med 90, Og så med 200"

Hans veksler mellem brug af strategi og procedure, og Mø og Jan anvender lodret opstilling som procedure, fx Mø (bilag 6 s. 33):

" $3045-305=2740$, Starter med at skrive det ovenover hinanden, $5-5=0$, $4-0=4$, $0-3$ - sætter en streg over 3, og skriver 1 foran 0, så det bliver 10, $10-3=7$ og så er der en 2'er tilbage"

og Jan (bilag 6 s. 34):

" $1302-298=1014$, Lodret opstilling, $2-8$ kan man ikke, så vi låner. Vi låner ved 3, og låner videre ved 0, så det bliver 12 i stedet for 2. $12-8=4$, Så har vi stadig 9, så det næste bliver, $9-9=0$ (hov jeg har en fejl) så er der, $2-2=0$, Og så er der 1"

Jeg ser højere grad af strategibrug, når jeg kigger på elevernes forklaringer af multiplikationsstykkerne. Eleverne vurderer, hvad de synes er smartest for netop det konkrete regnestykke, fx giver multiplikationsstykket $12*250=3000$ fire forskellige strategier i udregningen (bilag 6 s. 34-35):

Leo:

*" $25*4=100$, $12/4=3$, Nul på de 100 = 1000, $1000*3=3000$ "*

Hans:

*" $250*10=2500$ (ved at sætte et nul bagpå), $+250+250$, Det er nemmere at gange med 10 end det er at gange med 12."*

Mø:

*"Skrevet 250 hele vejen henad, altså 12 gange. Lagde to tal sammen ad gangen, dvs.
 $250+250+250+250+ 250+250+250+250+ 250+250+250+250+ 250+250+250+250=$
 $500+500+500+500+ 500+500 =$
 $1000+1000+1000 =3000"$*

Jan:

*"250+250=500, 250*4=1000, 4 går 3 gange op i 12 og derfor giver det så 3000."*

Mø anvender samme måde ved $8*305$ (bilag 6 s. 35):

"305+305+305+305+ 305+305+305+305 = 610+ 610+ 610+ 610 =1220+1220"

Mens Jan udregner stykket således (bilag 6 s. 36):

*"300*4, for så har man det halve af det. Det er 1220. og så kan man bare sige 1220+1220"*

Og Leo udregner (bilag 6 s. 35):

*"8*3=24, 8*5=40, Putter 40 bag på 24= 2440, Altså, jeg ved, at 8*300 er 2400 + de 40."*

Også her anvender eleverne den strategi, de hver især finder nemmest. Ingen elever gør altså i multiplikationsstykkerne brug af procedureregning.

Ved sidste regningsart (division), anvender tre ud af fire elever en procedureopstilling til deres udregning, mens den sidste (Leo) gør brug af strategi. Elevernes udsagn er i bilag 8 suppleret med et billede af udregningen. Regnestykket $2008:4=502$:

Leo (bilag 6 s. 36):

"2000:4=500, 8:4=2"

Hans (bilag 6 s. 37):

"Ballonmetode: 2:4, det kan den ikke, så sætter jeg 0'eren ned, 20:4=5, med 0 til rest, 0:4 kan man ikke, så jeg sætter et 0, 8:2=4."

Mø (bilag 6 s. 37):

"Opskrivning metode, 4 op i 20 = 5, og 0 til rest. Trækker 0 ned, og så trækker jeg 8 ned, og 4 går op i 8 2 gange. Og 0 til rest."

Jan (bilag 6 s. 37):

"En metode: 4 kan ikke gå op i 2, så det er 20, og det kan den 5 gange, så kan den gå op i 0, 0 gange, og så kan 4 gå op i 8 2 gange."

De tre sidste eksempler viser altså, at eleverne gør brug af hver deres procedure for divisionsregning. De tre elever anvender samme procedure for alle divisionsstykkerne i testen, mens Leo gør brug af forskellige strategier, fx ved $7021:7=1003$ (bilag 6 s. 36):

"7000:7=1000, 7 op i 21= 3 gange"

Opsamling

Leo udvælger konsekvent forskellige strategier til at løse regnestykkerne med. Da strategiudvælgelse er en del af at handle hensigtsmæssigt i matematikholdige situationer, viser han i analysen matematisk kompetence. Mø og Jan anvender udelukkende procedureregning i henholdsvis addition, subtraktion og division, mens de anvender forskellige strategier i multiplikationsstykkerne. Hans anvender både strategier

og procedurer i additions- og subtraktionsstykkerne, mens han i multiplikationsstykkerne anvender strategi, og i divisionsstykkerne udelukkende anvender procedurer. Hans, Mø og Jans udregninger bærer derfor præg af kvalifikationer, hvor de kender en metode, som anvendes til nøjagtig den regningsart, som de skal udregne, men ikke nødvendigvis kan overføres til andre matematiske situationer. De viser dog også ved nogle strategiudvælgelser, matematisk kompetence.

4.2.3 Matematisk kompetence vs. kvalifikation i undervisningen

I dette afsnit vil jeg analysere mine to observationer med henblik på at vurdere, om undervisningen underbygger potentiale for opbygning af matematiske kvalifikationer eller matematisk kompetence.

Min observation af dobbeltlektionen begynder med en gennemgang/opsummering af anvendelse af vinkelmåleren med et eksempel svarende til de opgaver eleverne efterfølgende selv skal lave. Lærerens gennemgang forløber således (bilag 1 s. 24): *"Forklaring af hvordan vinkelmåleren ser ud, og aflæses... viser på tavlen et eksempel på en opgave. En linje, med et punkt, som vinkelmåleren skal ligge på, og tegne en bestemt størrelse vinkel og bestemt sidelængde."* Det bærer derfor præg af kvalifikation, da den færdighed, eleverne skal opnå, skal anvendes til opgaver, der ligner den gennemgåede.

Selve opgaven understøtter kvalifikationsudvikling, da opgaven ligner den gennemgåede, og ikke lægger op til måling af vinkler i anden sammenhæng (bilag 1 s. 25): *"Eleverne skal måle, afsætte punkter, lave vinkler og derudfra trekanter."*

Under opgaveløsningen opleves følgende, når læreren skal hjælpe eleverne (bilag 1 s. 25): *"Hjælper Alma. Tager selv blyanten og vinkelmåleren, og viser hende, hvor hun skal sætte punkter. Hun får blyant og vinkelmåler tilbage, og skal nu selv sætte punkter."* og *"Tendensen fortsætter alle steder, han hjælper. Han fører selv vinkelmåleren og blyanten, og laver en demonstration maven til den på tavlen."* Også her er der fokus på kvalifikationer, da læreren viser dem helt konkret, hvad de skal måle og tegne i samme kontekst.

Det er ikke kun lærerens demonstration og hjælp, der bærer præg af en kvalifikationstænkning (bilag 1 s. 26): *"Tea og Maj forsøger den næste, men giver op. Tea siger: 'Det er meget nemmere, når Tom bare har lavet dem, og vi bare skal måle det.'" Tea giver her udtryk for, at hun foretrækker det, som ligner det viste, og kan overføres direkte.*

I observationen med afleveringsmatematik er selve opgaverne helt konkrete (bilag 4); seks subtraktions- og 12 divisionsstykker. Selve opgaven definerer ikke, hvordan de skal udregnes, og der kan derfor både være tale om kvalifikation i forbindelse med anvendelse af procedureudregning samt kompetence, hvor eleverne udvælger en strategi til udregning.

Introduktionen og gennemgangen af afleveringsopgaverne lægger dog op til kvalifikationstænkning (bilag 3 s. 28): *"Han gennemgår det første af hvert stykke på tavlen med standardalgoritmer. Han sætter minusstykket op under hinanden..."* Her demonstrerer læreren en procedure for subtraktion ved lodret opstilling.

Ved gennemgangen af divisionsstykket forløber også en proceduregennemgang af udregningen (bilag 3 s. 28): *"Han spørger, hvor mange gange 8 (100'eren) går op i 5, og en elev svarer. Han skriver op, med tre til rest. Trækker tallet ned, så det nu er 31..."* Da proceduregennemgang understøtter kvalifikation af regning i de konkrete regningsarter, og ikke fordrer anvendelse i andre sammenhænge, bærer denne observation også præg af kvalifikationstænkning.

Opsamling

De to observationer viser, at undervisningen bærer præg af udvikling af- og fokus på kvalifikationer.

Lærerens gennemgang af opgaver, individuel hjælp samt elevernes udsagn om opgaverne peger mod en matematikkultur, hvor kvalifikationer og udvikling af disse er dominerende.

4.2.4 Opsamling på analysen

Mine to observationer peger således på en matematikkultur i undervisningen, der er domineret af kvalifikationsudvikling via procedureregning samt fokus på resultater fremfor proces. Dette billede af elevernes strategi/procedurevalg forstærkes i de interviews jeg har lavet. Her dominerer valg af procedurer i udregning hos tre ud af fire elever.

5. Diskussion

5.1 Matematikkultur og udvikling af matematisk kompetence

Hvordan udvikler vi så elevernes matematiske kompetence bedst? Min undersøgelse viser, at traditionel matematikundervisning danner grundlag for en kvalifikationstankegang, hvor løsning og procedure er i fokus, og lærerens demonstration er baggrund for opgaveløsningen - Skovsmose kalder det opgaveparadigmet (2003, s. 148). Ifølge Morten Blomhøj (1995, s. 17-19) giver den didaktiske kontrakt i matematikundervisningen med udgangspunkt i traditionel matematikundervisning tryghed og tilpasse elever. De ved, hvad der forventes af dem, de hjælpes til at finde opgaveløsninger, og de kan oftest mestre opgaver i matematikundervisningen og til eksamen. De opnår de kvalifikationer, der kan bruges i undervisningen og i tests.

Kvalifikationer kan imidlertid ikke stå alene. Eleverne skal kunne reflektere og udvælge strategier til løsning af matematikholdige situationer for at opnå matematisk kompetence, og det må matematikkulturen underbygge. Undersøgende undervisning bygger på en kultur, hvor pointen ifølge Skånstrøm og Blomhøj er at opmuntre til faglige undersøgelser og derefter støtte elevernes refleksioner og erfaringer fælles, så fælles matematikviden og matematisk kompetence udvikles (2016, s. 91). Den undersøgende undervisning tager altså udgangspunkt i en matematikkultur, hvor andre matematiske normer kommer i spil end den i min empiri tydelige traditionelle matematikundervisning, hvor opgaveparadigmet er omdrejningspunkt.

Undersøgende undervisning tager udgangspunkt i tre faser (Skånstrøm & Blomhøj, 2016, s. 92-93), Iscenesættelse, elevernes undersøgende arbejde og fælles refleksion og læring. Dialog spiller en central rolle i den undersøgende undervisning fordi elever ifølge Olga Dysthes forskning lærer mere, hvis læreren gør brug af autentiske spørgsmål, og optag af elevernes udsagn (Dysthe, 1997, s. 229). Fx viser hendes forskning, at anvendelse af autentiske spørgsmål, får gang i tankeprocessen, og deraf øges forståelsen (s. 226), samt at en interaktionel undervisning fører til mere refleksion hos eleverne i læringsprocessen end en monologisk undervisningsform, som fx lægger sig op ad traditionel matematikundervisning (Dysthe, 1997, s. 242).

Også Alrø og Skovsmose mener at refleksion indgår som en væsentlig del af dialogen, og at udfordrende spørgsmål er afgørende for kvaliteten af læringen (2006, s. 133). De argumenterer for, at læringsmiljøet kan facilitere eller hindre dialogens udfoldning, og dermed elevers refleksion og læring (2006, s. 134). Ejersbo, Johnsen og Müller (2021, s. 64-65) mener, at den didaktiske kontrakt og de sociomatematiske normer er afgørende for de gode spørgsmåls muligheder, og der skal således være en accept af den dialogiske måde at undervise på, for at den matematiske kompetence kan udvikles. Den accept kan ifølge KiDM-rapportens resultater udvikles gennem undersøgende undervisning. Den har nemlig ifølge KiDM-rapporten haft *"en positiv og signifikant effekt på elevernes oplevelse af, om de deltager i klasses Diskussioner i matematik, og om de mener, at de begrundet deres løsninger."* (Hansen, Elf, Misfeldt, Gissel, & Lindhardt, 2020, s. 151).

Den undersøgende undervisning må derfor have påvirket matematikkulturen i sådan en grad, at dialogen har fået en mere fremtræden og accepteret rolle i undervisningen.

Hvis undersøgende undervisning giver eleverne gode muligheder for at udvikle matematisk kompetence, hvorfor er opgaveparadigmet så stadig så udbredt?

Den undersøgende undervisning kan være svær at implementere. Det er svært at bryde den didaktiske kontrakt som bygger på opgaveparadigmet, og det er krævende for lærerne at bringe sig selv i spil på en anden måde end normalt (Skånstrøm & Blomhøj, 2016, s. 93). Lærerne i KiDM-rapporten oplever også, at det er udfordrende men lærerigt at indtage en mere tilbagetrukket og faciliterende rolle. (Hansen, Elf, Misfeldt, Gissel, & Lindhardt, 2020, s. 192-193). En vellykket undersøgende undervisning stiller krav til lærernes kommunikationsevner, og det er vanskeligt at sikre sig, at eleverne i klasses Diskussioner taler om det rigtige, og så lærer det rigtige (s. 196). Det er altså faciliteringen af dialogerne, som lærerne finder udfordrende.

Selvom det kan være svært at bryde den didaktiske kontrakt, og de sociomatematiske normer, i matematikundervisningen, kan det ifølge KiDM-rapporten godt lade sig gøre. I arbejdet med den undersøgende undervisning i projektet, ændres elevernes syn på en typisk matematiktime sig. Den bærer nu præg af mindre gennemgang af ny metode ved tavlen, og at de i højere grad oplevede at de fik opgaver som havde mange forskellige løsninger (Hansen, Elf, Misfeldt, Gissel, & Lindhardt, 2020, s. 147).

De sociomatematiske normer og den didaktiske kontrakt kan synes svære at ændre på, men forskningen viser, at det kan lade sig gøre, hvis læreren gør en indsats, fx gennem undersøgende undervisning med stor inddragelse af dialog i undervisningen.

6. Kritisk refleksion

Mit projekt er centreret om epistemologisk hermeneutik, da min erkendelse af fænomenet matematikkultur er at forstå gennem fortolkning (Pjengaard, 2019b). Det bevirker, at de udvalgte teorier i opgaven rammesætter det, jeg undersøger, da min forståelse og fortolkning går gennem dem. Da projektets problemformulering indledes med "hvordan kan man forstå" belyser jeg fx matematikkultur fra forskellige vinkler, og det bliver betydende for den strukturerede analyse af min empiri. Min teoretiske analyse er derfor med til at kvalificere min forståelse af dels matematikkultur, og dels hvad jeg undersøger i mine observationer. Målet for opgaven er derfor ikke at opnå en fuldkommen forståelse af matematikkultur, men at kvalificere min viden og erfaring med fænomenet og dets rolle i forhold til udvikling af matematisk kompetence. Pga. mit kvalitative og afgrænsede empiriske grundlag for analyse af matematikkultur søger jeg ikke at generalisere min opnåede viden, men via et udsnit af matematikkultur i grundskolens praksis at give et fortolket bud på, hvordan en matematikkultur kan manifestere sig.

7. Konklusion

Formålet med mit projekt er at forsøge at forstå matematikkultur med henblik på at udvikle matematisk kompetence, herunder regnestrategier. De sociomatematiske normer i undersøgelsens undervisning bærer præg af procedure og løsningsorientering både i opgaver og gennemgang af dem. Den didaktiske kontrakt i undervisningen viser, at både lærer og elever har en forventning om, at undervisningen foregår i opgaveparadigmet og derfor er lærerens demonstration og hjælp i overensstemmelse med det, eleverne forventes at få ud af undervisningen. De sociomatematiske normer underbygger her den didaktiske kontrakt i undersøgelsen. Den mundtlige kommunikation i undervisningen bygger også på et forhold, hvor læreren primært taler, og eleverne lytter. Matematikkulturen illustrerer at både lærer og elever forventer,

at læreren formidler viden, som eleverne herefter anvender. Præcis som den traditionelle matematikundervisning ofte karakteriseres. Den didaktiske kontrakt er derfor intakt og er svær at bryde.

Den matematikkultur, jeg har oplevet, underbygger udvikling af kvalifikationer hos eleverne. De opbygger gennem proceduretræning, løsningsorientering og løsning af opgaver lig de lærerdemonstrerede, kvalifikationer til at løse bestemte opgaver på eksakte måder. Eleverne udvikler derfor ikke nødvendigvis kompetence til at anvende kvalifikationerne i anden sammenhæng, hvor metoden fx ikke er ekspliciteret. Elevernes kvalifikationer ses også i deres valg af strategi vs. procedure både i afleveringsopgaver og i testen, og kan afspejle den matematikkultur, som de er en del af.

Kvalifikationsudvikling affødes altså af matematikkulturen i klassen. Kvalifikationer er et vigtigt element i kompetenceudviklingen, men kan ikke stå alene. Den didaktiske kontrakt må brydes, og en anden matematikkultur dominere, for at kvalifikationerne udvikles til matematisk kompetence. For at understøtte elevens udvikling af matematisk kompetence så de kan handle hensigtsmæssigt i matematikholdige situationer, må elevernes refleksion fylde mere i undervisningen. Matematikkulturen må derfor domineres af dialog understøttet af gode autentiske spørgsmål fra læreren, en fælles forventning om, at der ikke er entydigt svar på spørgsmålene, og at forskellige forklaringer giver grobund for refleksion fremfor svar. Matematikkulturen kan altså ændres, selvom det er krævende for læreren at skulle facilitere gode dialoger fremfor at forklare konkret indhold.

Matematikkulturen har altså stor betydning for udviklingen af matematisk kompetence, fordi den didaktiske kontrakt og de sociomatematiske normer indebærer forventningen om hvad god matematikundervisning er, og derfor definerer mål og retning med undervisningen. Matematikkulturen er således medvirkende til, om kvalifikationsudvikling og/eller kompetenceudvikling er i fokus.

8. Perspektivering

Mit projekt peger på, at matematikkulturen har afgørende betydning for elevernes opbygning af matematisk kompetence. En kultur med den undersøgende undervisning i centrum giver mulighed for dialog og refleksion og kan derfor understøtte den matematiske kompetenceudvikling. Det kan dog være svært at bryde den didaktiske kontrakt og de sociomatematiske normer, og derfor opstår spørgsmål om hvordan? Hvordan stilladseres lærerne i kulturændringen? Hvordan understøttes lærerens kommunikationskompetence, så læreren i højere grad kan facilitere en god og reflekterende dialog? Hvilke metoder og tilgange kan anvendes, for at gøre den undersøgende tilgang mere håndgribelig?

KiDM-rapporten svarer på nogle af spørgsmålene, men underbygger også nogle af de problematikker, der er ved implementering af undersøgende undervisning, og jeg mener derfor, der er basis for en diskussion af ovenstående til den mundtlige bacheloreksamen.

9. Referencer

- Alrø, H., & Skovsmose, O. (2006). Læring i spændingsfeltet mellem dialog, intention, refleksion og kritik. I O. Skovsmose, & M. Blomhøj, *Kunne det tænkes?: om matematiklæring* (s. 127-138).
- Blomhøj, M. (4. 3 1995). Den didaktiske kontrakt i matematikundervisningen. *Kognition og pædagogik: Tidsskrift om tænkning og læring*, s. 16-25.
- Brinkkjær, U., & Høyen, M. (2018). *Videnskabsteori for de pædagogiske professionsuddannelser* (2. udg.). Hans Reitzels Forlag.
- Brinkmann, S. (2020). Etik i en kvalitativ verden. I S. Brinkmann, & L. Tanggaard, *Kvalitative metoder, en grundbog* (3. udg., s. 581-600). Hans Reitzels Forlag.
- Børne-, & Undervisningsministeriet. (15. august 2019a). *Folkeskolens formål*. Hentet fra Bekendtgørelse af lov om folkeskolen: <https://www.retsinformation.dk/eli/lt/2019/823>
- Børne-, & Undervisningsministeriet. (2019b). *Matematik Faghæfte 2019*. København K: Styrelsen for Undervisning og Kvalitet.
- Børne-, & Undervisningsministeriet. (u.d.). *Matematik FP9 maj 2021, Matematik FP9 december 2020, Matematik FP9 maj 2020, Matematik FP9 december 2019*. Hentet fra Prøvebanken - Folkeskolens prøver: <https://www.xn--prvebanken-1cb.dk/proevematerialer/FAP/MAT/MATFP9>
- Dysthe, O. (1997). *Det flerstemmige klasserum*. (I. H. Hanse, Ovs.) Århus: Forlaget Klim.
- Ejersbo, L. R., Johnsen, N., & Müller, P. (2021). *Ideer til god matematikundervisning, 0.-3. klasse*. Glostrup: Forlaget Matematik.
- EMU-redaktionen. (18. januar 2021). *EMU Danmarks læringsportal*. Hentet fra EMU: <https://emu.dk/grundskole/matematik/regnestrategier-og-talforstaaelse>
- Fink, K., Blankholm, T., & Skånstrøm, M. (2020). *Matematiske kompetencer i anvendelse*. Nordby,: Forlaget Matematik.
- Frederiksen, M. (2020). Mixed methods-forskning. I S. Brinkmann, & L. Tanggaard, *Kvalitative metoder, En grundbog* (3. udg., s. 257-278). Hans Reitzels Forlag.
- Hansen, T. I., Elf, N., Misfeldt, M., Gissel, S. T., & Lindhardt, B. (2020). *Kvalitet i dansk og matematik - Et lodtrækningsforløb med fokus på undersøgelsesorienteret dansk- og matematikundervisning*.
- Hoel, T. L. (2013). Klasseleie, klassekultur og læring. I G. Engvik, T. A. Hestbek, T. L. Hoel, & M. B. Postholm (Red.), *Klasseledelse - for elevenes læring* (s. 157-172). Trondheim: Akademika Forlag.
- Hogrefe Mat 3. (u.d.). Hentet fra Hogrefe Psykologisk forlag: <https://mat.hogrefe.dk/demoview.aspx?matid=mat3>
- Illeris, K. (2012). *Kompetence, Hvad - Hvorfor - Hvordan?* (2. udg.). Frederiksberg C: Samfundslitteratur.
- Jensen, B. (2002). *Kompetence og pædagogisk design*. København: Nordisk Forlag A/S.
- Niss, M., Jensen, T. H., Andersen, T. B., Andersen, R. W., Christoffersen, T., Damgaard, S., . . . Nissen, K. (2002). *Kompetencer og matematiklæring - Ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark*. København K: Undervisningsministeriets Forlag.

- Ordnet.dk. (u.d.). *Søgning på "strategi" og "procedure"*. (Det Danske Sprog- og Litteraturselskab) Hentet fra Den Danske Ordbog: <https://ordnet.dk/>
- Ostad, S. A. (2008). *Strategier, strategiobservasjon og strategiopplæring - Med fokus på elever med matematikkvanser*. Trondheim: Læreboka Forlag.
- Ostad, S. A. (2013). Strategier, strategiudvikling og strategiundervisning med fokus på den basale matematiklæring. I M. W. Andersen, & W. Peter (Red.), *Håndbog om matematik i grundskolen - Læring, undervisning og vejledning* (L. Østerlind, Ovs., s. 103-113). Viborg: Dansk Psykologisk Forlag.
- Pjengaard, S. (2019a). Hvordan skriver du et metodeafsnit til dit bachelorprojekt? I J. Boding, N. Mølgaard, & S. Pjengaard, *Bachelorprojektet i læreruddannelsen, en håndbog* (s. 61-79). København: Hans Reitzels Forlag.
- Pjengaard, S. (2019b). Hvordan demonstrerer du kritisk refleksion inden konklusionen? I J. Boding, N. Mølgaard, & S. Pjengaard, *Bachelorprojektet i læreruddannelsen, En håndbog* (s. 107-117). Hans Reitzels Forlag.
- Postholm, M. B., & Jacobsen, D. I. (2016). *Læreren med forerblik, Innføring i vitensjabelig metode for lærerstudenter*. Laboremus Oslo: Cappelen Damm.
- Rasmussen, K., Warming, H., & Kampmann, J. (2017). Indledning. I K. Rasmussen, H. Warming, & J. Kampmann, *Interview med børn* (s. 7-16). Hans Reitzels Forlag.
- Skott, J., Jess, K., & Hansen, J. C. (2008). Brousseau og teorien om didktiske situationer. I J. Skott, K. Jess, & J. C. Hansen, *Matematik for lærerstuderende - Delta* (s. 417-442). Forlaget Samfundslitteratur.
- Skott, J., Skott, C. K., Jess, K., & Hansen, H. C. (2018). Socialkonstruktivisme - et alternativ til tilegnelse og deltagelse. I J. Skott, C. K. Skott, K. Jess, & H. C. Hansen, *Matematik for lærerstuderende DELTA 2.0 Fagdidaktik, 1.-10. klasse* (2. udg., s. 137-176). Samfundslitteratur.
- Skovsmose, O. (2003). Undersøgelseslandskaber. I M. Blomhøj, *Kan det virkelig passe? : om matematiklæring* (s. 143-157). København: L&R Uddannelse.
- Skånstrøm, M., & Blomhøj, M. (2016). Det kommer an på... I T. E. Rangnes, & H. Alrø, *Matematiklæring for framtida - Festskrift til Marit Johnsen-Høines*. Caspar Forlag.
- Tanggaard, L., & Brinkmann, S. (2020). Interviewet: samtalen som forskningsmetode. I S. Brinkmann, & L. Tanggaard (Red.), *Kvalitative metoder en grundbog* (3. udg., s. 33-64). Hans Reitzels Forlag.
- Østergaard, C. (2017). Observation i pædagogiske kontekster. I T. T. Ensig, *Empiriske undersøgelser og metodiske greb, Grundbog til de pædagogiske professionsuddannelser* (s. 27-45). Hans Reitzels Forlag.

9. Bilag

Bilag 1 - Observation af dobbeltlektion i matematik

Kontekst

Dobbeltlektion i matematik om linjer, vinkler og plane figurer.

Emnet er introduceret i foregående uge.

Antal elever til stede: 17

Observation i skema:

Aktivitet	Kommunikation mm. fra læreren	Elevernes reaktion/kommunikation
Introduktion til dagens opgaver	- <i>åbent?</i> - <i>angivet alle parametre?</i> - <i>er opgaven(erne) processororienterede eller løsningsorienterede?</i> - <i>bliver metoden vist og forklaret?</i> - <i>hvordan inddrages eleverne i introduktionen?</i>	- <i>reaktion</i> - <i>opfyldes deres forventning?</i> - <i>Hvordan?</i> - <i>fokus på proces eller løsning?</i> - <i>hvilken rolle har eleverne i forhold til hinanden?</i> - <i>hvordan bidrager eleverne i introduktionen?</i>
	Forklaring af hvordan vinkelmåleren ser ud, og aflæses. Alle får ens vinkelmålere. Egne opgaver på A3 for god plads. Viser på tavlen et eksempel på en opgave. En linje, med et punkt, som vinkelmåleren skal ligge på, og tegne en bestemt størrelse vinkel og bestemt sidelængde. Der skal tegnes trekanter. <i>Eleverne sidder i grupper, og læreren opfordrer til at hjælpe hinanden ved bordene.</i> Løsningsorienterede Alle parametre er angivet Metoden vises og forklares Læren taler, eleverne lytter	Kigger opmærksomt på tavlen. Eleverne taler ikke. Ingen stiller spørgsmål.

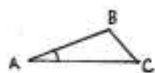
	Eleverne skal måle, afsætte punkter, lave vinkler og derudfra trekanter.	
Under opgaveløsningen	- <i>Hvordan hjælpes eleverne?</i> - <i>hvordan hjælpes de videre?</i> - <i>er det god hjælp? Hvorfor?</i>	- <i>forstår eleverne meningen?</i> - <i>kommer de frem til svar?</i> - <i>kommer de videre i proces?</i> - <i>arbejdes der sammen om at finde løsningen?</i> - <i>hvilken rolle har eleverne i forhold til hinanden?</i>
	En elev (Adam) får hjælp, og læreren holder vinkelmåleren, afmåler og viser, hvor eleven skal sætte prikker og streger. Da eleven kommer til den næste opgave, ved han stadig ikke, hvad han skal, og får samme hjælp igen til næste opgave. Hjælper Akma. Tager selv blyanten og vinkelmåleren, og viser hende, hvor hun skal sætte punkter. Hun får blyant og vinkelmåler tilbage, og skal nu selv sætte punkter. Læreren siger: "Så skal den være fem cm, så du skal sætte et punkt der. Og så skal der være en streg herfra og dertil." Hjælper Frank. Læreren fører igen vinkelmåleren og blyanten og sætter punkter og streger for eleven. Hjælper Elliot. Han fører selv vinkelmåler og blyant. Læreren angiver punkterne og deres navne. Læreren gentager ved to piger (Tea og Maj) han fører måleren, og laver den første opgave for dem.	Sætter vinkelmåleren på, og aflæser som vist på tavlen. Eleverne hjælper hinanden ved 4-mandsborde. Flere sidder med hånden oppe, og ved ikke, hvad de skal. Afventer lærerens hjælp. To grupper (af fire) hjælper hinanden. De elever, som har fanget det, viser de andre elever, hvordan vinkelmåleren bruges. De lægger vinkelmåleren rigtigt på for dem, og hjælper med at aflæse. To drenge (Jan og Leo) drøner derudad sammen. De peger og snakker sammen. Alma fortsætter, og får afmålt næste vinkel korrekt. Hun måler også første linjelængde korrekt, men ikke den næste linje, og trekanten bliver derfor retvinklet i stedet for stumpvinklet. Hun kigger ved naboen, og kan se, at trekanterne ikke er ens, og får hjælp til at måle linje to, og kommer på den måde i mål.

	Tendensen fortsætter alle steder, han hjælper. Han fører selv vinkelmåleren og blyanten, og laver en demonstration magen til den på tavlen. Når de efterfølgende selv fører vinkelmåler, dikterer og peger han for dem. Han stiller ingen spørgsmål, men giver svar.	De første elever er færdige og der bliver uro - de får lov at spille tabelspil på computeren. En elev sidder med naboens papir og tegner vinklerne og trekkanterne for hende. Hun følger ikke med, og har derfor et ark med rigtig løsning, som hun ikke selv har lavet. Tea og Maj forsøger den næste, men giver op. Tea siger: "Det er meget nemmere, når Tom bare har lavet dem, og vi bare skal måle det." Hans spørger: "Tom, er det rigtigt nu?" Tom svarer: "Ja, nu ser det rigtigt ud"
Afslutning/opfølgning på timen	- Hvordan samler læreren op? - proces eller løsning? - et eller flere eksempler på samme opgave? - hvordan tackles fejl? - hvad bærer matematikfaget præg af? Huske udenad? Undersøge? Osv. - Er der nogle "regler" som er så almene, at de ikke behøver at argumenteres for?	- Hvor mange og hvem byder ind? - Er de aktive i forhold til proces eller løsningsfokuserede? - hvordan tackles fejl?
	Ingen opsamling. Pak papiret væk, vi fortsætter næste gang.	

Bilag 2 - Matematikopgave fra dobbeltlektion

Vinkler og trekanter

1)



a)

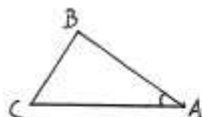


$$\angle A = 45^\circ \quad |AB| = 5 \quad |AC| = 7$$

b)



$$\angle A = 90^\circ \quad |AB| = 4 \quad |AC| = 5$$



c)



$$\angle A = 50^\circ \quad |AB| = 11 \quad |AC| = 8$$

d)



$$\angle A = 25^\circ \quad |AB| = 6 \quad |AC| = 9$$

Bilag 3 - Observation af sekvens om afleveringsmatematik

Kontekst:

Læreren beder om at få de sidste femten minutter af matematiktimen, fordi han vil give eleverne deres afleveringsmatematikopgave. Derudover vil han lige vise dem den metode, de bruger, fordi nogle af eleverne ikke har helt styr på den.

Selve observationen af undervisningen:

Læreren fortæller eleverne, at der er 8 minusstykker, og 12 divisionsstykker, som de skal skrive op og lave i deres kladdehæfter. Han gennemgår det første af hvert stykke på tavlen med standartalgoritmer. Han sætter minusstykket op under hinanden, spørger eleverne, hvordan de skal gøre, og en af eleverne forklarer, hvordan han først trækker enerne fra hinanden, så ti'erne osv. Han forklarer hvordan han låner en tier ved siden af. Til sidst skal regnes ud, hvad 13 minus 6 er. Han spørger en elev, som gætter tre gange forkert, og læreren konstaterer sammen med eleven, at han blot gætter, og ikke regner. Læreren fortæller, at han så skal tælle ned fra 13, og anvender fingrene til at symbolisere de seks fingre en efter en. To streger sættes under facit. Derefter er det divisionsstykket. Her spørger han igen eleverne, men ingen melder sig umiddelbart. Han spørger, hvor mange gange 8 (100'eren) går op i 5, og en elev svarer. Han skriver op, med tre til rest. Trækker tallet ned, så det nu er 31, og han spørger en af eleverne, hvor mange gange 5 går op i 31. Da han ikke kan svare, anvender læreren fingrene mens femtabellen opremses. Der konstateres, at det er seks, og der er en til rest. Der trækkes ned endnu en gang, så det sidste tal er 15. Han spørger en anden elev, hvor mange gange, 3 går op i 15, og får resultatet 5 (gangestykket skulle være omvendt) og han skriver 5, og opdager ikke selv, at $15:5$ ikke giver 5. To streger under.

Bilag 4 - Eksempler på afleveringsmatematik

Eksempel på opgaver:

Matematikaflevering til tirsdag den 21./9.

Minusstykker:

- | | |
|---------------|----------------|
| 1) 1402 - 736 | 4) 2356 - 1205 |
| 2) 1267 - 611 | 5) 1589 - 234 |
| 3) 951 - 519 | 6) 1503 - 686 |

Divisionsstykker:

- | | |
|-------------|--------------|
| 1) 815 : 5 | 7) 1128 : 8 |
| 2) 1356 : 4 | 8) 1548 : 3 |
| 3) 660 : 5 | 9) 354 : 6 |
| 4) 536 : 8 | 10) 1575 : 7 |
| 5) 1045 : 5 | 11) 1932 : 3 |
| 6) 1113 : 7 | 12) 1386 : 6 |

Eksempel på elevs løsning:

1575 : 7 = 225 ✓

1932 : 3 = 644 ✓

1386 : 6 = 231 ✓

Tæt [redacted]! 😊
18/18
God divisionsmåde
du bruger.
tak [redacted]

Bilag 5 - Matematiktest

Matematikopgaver tirsdag d. 28/9-2021**Navn:**

1: $2345 + 997 =$

2: $1302 - 298 =$

3: $11 \cdot 72 =$

4: $2008 : 4 =$

5: $2998 + 1999 =$

6: $3045 - 305 =$

7: $12 \cdot 250 =$

8: $20040 : 4 =$

9: $731 + 279 =$

10: $1024 - 996 =$

11: $8 \cdot 305 =$

12: $2121:7 =$

13: $1072 + 4038 =$

14: $701 - 149 =$

15: $350 \cdot 9 =$

16: $7021:7 =$

Bilag 6 - Kodede videointerview

Plusstykker:

Elev	Regnestykke	Udregning	Kommentar
Leo	$2345+997=3342$	$7+54=52$ 300 + 90, tager en 10'er ned, så det giver 42. Lægger tusinderne til.	
Leo	$2998+1999=4997$	$9+98=107$ Plusser 90 Plusser 1900	
Hans	$2345+997=3342$	Enerne lagt sammen ($7+5=12$) Ti'erne lagt sammen $9+23$	
Hans	$2998+1999=4997$	Lægge tusinderne sammen Tog 2 fra 1999 og lagde til 2998, så jeg havde 3000, altså 4000, og så havde jeg 997, som jeg lagde til 4000.	
Hans	$731+279=1010$	$1+9=10$ $3+7=10$ $7+2=9$	
Mø	$2345+997=3252$	Plussede de to bagerste tal. $7+5$ $4+9$ Jeg skriver det ovenover hinanden	
Mø	$2998+1999$	Det er skrevet ovenover hinanden lige som før.	
Jan	$2345+997=3342$	Brugt lodret opstilling som metode. Sætter dem op under hinanden. $7+5=12$, 2 nederst, og 1 op (in mente) $5+9=14$, 4 ned og 1 op. $4+9=13$, 3 ned og 1 op Og så bare 3.	

Jan	$2998+1999=4997$	Samme metode som ovenstående	Udregningerne kan ses af den lodrette opstilling på papiret
Jan	Plusstykke 3!?	Samme metode som ovenstående	Udregningerne kan ses af den lodrette opstilling på papiret
Jan	$1072+4038$	Samme metode som ovenstående	Udregningerne kan ses af den lodrette opstilling på papiret

Minusstykker:

Elev	Regnestykke	Udregning	Kommentar
Leo	$1302-298=1004$	$1302-8=1294$ Minusser med 90 Og så med 200	
Leo	$3045-305=2740$	$45-5$ $3040-300$	
Hans	$1302-298=1000$	Flyttede 2 over til 8, så jeg havde et stykke der hed: $1300-300$ $300-300=0$ Lagde 1000 til, = 1000	
Hans	$1024-996=28$	Talte op fra 996 til 1024.	
Mø	$1302-298=1114$	Der har jeg sagt 2-8, og taget en 10'er ovre fra 3'eren, og så bar trukket dem fra hinanden	
Mø	$3045-305=2740$	Starter med at skrive det ovenover hinanden $5-5=0$ $4-0=4$ 0-3 - sætter en streg over 3, og skriver 1	

		foran 0, så det bliver 10 $10-3=7$ og så er der en 2'er tilbage	
Mø	$1024-996=938$	Skrevet det over hinanden. Givet en 10'er, så det bliver $14-6=6$ Så har jeg taget en 10'er (fra de 1000), så det bliver $11-9=2$ Og så er det $9-0=9$ (der står nu 926)	Tæller på fingrene ved udregning på $14-6$.
Jan	$1302-298=1014$	Lodret opstilling $2-8$ kan man ikke, så vi låner. Vi låner ved 3, og låner videre ved 0, så det bliver 12 i stedet for 2. $12-8=4$ Så har vi stadig 9, så det næste bliver $9-9=0$ (hov jeg har en fejl) så er der $2-2=0$ Og så er der 1.	
Jan	$3045-305=2740$	Samme metode som ovenstående	Udregningerne kan ses af den lodrette opstilling på papiret
Jan	$1024-996=128$	Samme metode som ovenstående	Udregningerne kan ses af den lodrette opstilling på papiret
Jan	$7001-149=552$	Samme metode som ovenstående	Udregningerne kan ses af den lodrette opstilling på papiret

Gangestykker:

Elev	Regnestykke	Udregning	Kommentar
Leo	$12*250$	$25*4=100$ $12/4=3$ Nul på de 100 = 1000 $1000*3=3000$	

Leo	$8 \cdot 305 = 2440$	$8 \cdot 3 = 24$ $8 \cdot 5 = 40$ Putter 40 bag på 24 = 2440 Altså, jeg ved, at $8 \cdot 300$ er 2400 + de 40.	Hvordan ved du, at 40 skal sættes bag på 24?
Leo	$350 \cdot 9 = 3150$	$350 \cdot 10 = 3500$ Minusser med 350	Det er nemmere at gange med 10 end med 9.
Hans	$12 \cdot 250 = 3000$	$250 \cdot 10 = 2500$ (ved at sætte et nul bagpå) $+250+250$	Det er nemmere at gange med 10 end det er at gange med 12.
Hans	$350 \cdot 9 = 3150$	Satte et nul bagpå, og minussede med 350.	Nemmere at gange med 10 end med 9.
Mø	$12 \cdot 250 = 3000$	Skrevet 250 hele vejen henad, altså 12 gange. Lagde to tal sammen ad gangen, dvs $250+250+250+250+$ $250+250+250+250+$ $250+250+250+250+$ $250+250+250+250=$ $500+500+500+500+$ $500+500 =$ $1000+1000+1000$ $=3000$	
Mø	$8 \cdot 305 = 2080$	Samme måde som før, og lagt dem sammen to og to. $305+305+305+305+$ $305+305+305+305 =$	
Jan	$11 \cdot 72 = 880$	Den tager jeg i hovedet. $11 \cdot 7 =$	Tænker længe ved $11 \cdot 7$, tæller i hovedet. Og kan ikke huske det.
Jan	$12 \cdot 250 = 3000$	$250+250=500$ $250 \cdot 4 = 1000$ 4 går 3 gange op i 12 og derfor giver det så 3000.	

Jan	$8 \cdot 305 = 2440$	$300 \cdot 4$, for så har man det halve af det. Det er 1220. og så kan man bare sige $1220 + 1220$	
Jan	$350 \cdot 9 = 3300$	$350 + 350 = 700$ $700 + 350 = 1050$ $1050 \cdot 3$	

Divisionsstykker:

Elev	Regnestykke	Udregning	Kommentar
Leo	$7021:7=1003$	$7000:7=1000$ 7 op i 21 = 3 gange	
Leo	$2121:7=303$	$21:7=3$ Gør det samme igen	Hvor kommer nullet så fra? Det ved jeg faktisk ikke helt. (Kan se på udregningerne, at han har lavet opstilling, hvor han noterer, at 2 ikke kan gå op i 7, deraf kommer 0'et.)
Leo	$20040:4=5010$	$20000:4=5000$ $40:4$ Lægger det sammen	
Leo	$2008:4=502$	$2000:4=500$ $8:4=2$	
Hans	$7021:7=1003$	Ballonmetode 7 op i 7 kan den 1 gang, med 0 til rest. 7 op i 0, det kan den ikke, så det er 0, 7 op i 2 kan den heller ikke, så det er også 0, 7 op i 21, er 3.	
Hans	$2121:7=303$	Ballonmetode $2:7$, det kan den ikke, så sætter jeg 2'eren ned. $21:7=3$, med 0 til rest. $2:7$ kan man ikke, så jeg sætter et 0.	

		1:7 kan man ikke, også et nul	
Hans	2008:4=502	Ballonmetode 2:4, det kan den ikke, så sætter jeg 0'eren ned. 20:4=5, med 0 til rest 0:4 kan man ikke, så jeg sætter et 0. 8:2=4.	
Mø	2008:4=52	Opskrivning metode, <u> </u> 4-----2008 4 op i 20 = 5, og 0 til rest. Trækker 0 ned, og så trækker jeg 8 ned, og 4 går op i 8 2 gange. Og 0 til rest.	
Mø	20040:4=510	Jeg har trukket tallene ned, på samme måde som ovenstående.	
Jan	7021:7=1021	En metode. Siger 7 op i 7, det kan den 1 gang. 7 op i 0 kan den 0 gange, 7 op i 2, det kan man ikke, så man siger 7 op i 21 i stedet for, og det kan den så 3 gange.	
Jan	2121:7=33	Det samme - 7 op i 21, det er 3, og 7 op i 21 er 3.	
Jan	2008:4=502	Det samme. 4 kan ikke gå op i 2, så det er 20, og det kan den 5 gange, så kan den gå op i 0, 0 gange, og så kan 4 gå op i 8 2 gange.	
Jan	200040:4=50001	Først delte jeg 2000 i fire, og det er 500. Så var der 40 tilbage, og dem delte jeg bare ud på 4, så det blev 5010. Nej, 2040, det er 510.	

Bilag 7 - Uddrag af Hogrefes Mat3-test (Hogrefe Mat 3, u.d.)

Opgave 4-6.

Regn opgaverne.

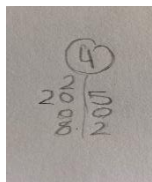
$$8580 - 1240 = \boxed{}$$

$$5747 - 3428 = \boxed{}$$

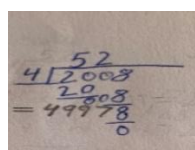
$$6530 - 2219 = \boxed{}$$

Bilag 8 - Udpluk fra matematiktestens resultater

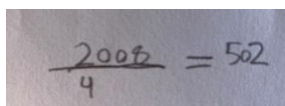
Hans:


$$\begin{array}{r} \textcircled{4} \overline{)2008} \\ 20 \\ \underline{00} \\ 8 \\ \underline{8} \\ 0 \end{array}$$

Mette:


$$\begin{array}{r} 52 \\ 4 \overline{)2008} \\ \underline{20} \\ 00 \\ \underline{00} \\ 8 \\ \underline{8} \\ 0 \end{array}$$

Jakob:


$$\frac{2008}{4} = 502$$