
Undersøgende matematik - om at få alle med

Københavns Professionshøjskole : Afgangsmodul Matematikvejleder

Mette Bjarning
Maj 2022

Indholdsfortegnelse

Indholdsfortegnelse	2
Indledning	3
Problemformulering	4
Begrebsafklaring	4
Læsevejledning	4
Empiri og undersøgelsesdesign	6
Frikvartersempiri.....	6
Fingerstrik i 7. klasse - et praksiseksempel på undersøgende matematik.....	7
Årgangskonference.....	8
Fagudvalg.....	9
Semistruktureret interview.....	10
Teori	11
Undersøgende matematik.....	11
Didaktisk kontrakt.....	13
Implementering.....	14
Professionelle læringsfællesskaber.....	15
Vejlederens rolle i professionelle læringsfællesskaber.....	17
Analyse og diskussion	18
Undersøgende matematik.....	18
Implementering og det professionelle læringsfællesskab.....	23
Implementeringsplan.....	29
Konklusion	30
Perspektivering	31
Litteratur	32
Oversigt over bilag	34

Indledning

“Hvis vi forstod de mulige veje til at lære matematik og forhindringerne, som kan blokere disse veje for almindelige elever, ville vi få en bedre forståelse for, hvad matematisk viden, indsigt og evne er (og ikke er), og hvordan det bliver skabt, gemt og aktiveret, og hermed hvordan det kan fremmes,” skriver professor i matematikkens didaktik Mogens Niss (Winsløw, 2017, s. 9.)

Undersøgende matematikundervisning kunne være en af disse mulige veje til at lære matematik. Fortalere for denne type matematikundervisning fremhæver den som motiverende for eleverne som en undervisningsform, der lægger op til læring med forståelse, og hvor eleverne får egne oplevelser og erfaringer med matematikken (Blomhøj, 2021).

Mine matematikvejlederkolleger og jeg har de seneste år forsøgt at etablere et samarbejde med vores fagkolleger med fokus på at udbrede en mere undersøgende tilgang til matematikundervisningen på vores skole, men det er ikke lykkedes i tilstrækkeligt omfang. Vi har haft fokus på den undersøgende matematik både på fagudvalg og årgangskonferencer, men trods dette er det for mange af vores kolleger ikke blevet en naturlig eller regelmæssig del af undervisningen.

Som vejleder oplever jeg, at mine fagkolleger gerne vil arbejde med undersøgende matematik, men at de er usikre på, hvordan det konkret gribes an og ikke mindst, hvordan de sikrer, at det undersøgende arbejde resulterer i matematisk faglig indsigt hos eleverne.

Der er således behov for at skabe en struktur omkring implementering af den undersøgende matematik, hvis denne arbejdsform skal blive en naturlig og varig del af matematikundervisningen på vores skole.

Fokus i dette projekt lægges på lærernes udvikling af praksis i retning af en mere undersøgelsesorienteret praksis i matematik, men med den selvfølgelige antagelse, at

refleksion over og udvikling af egen praksis som lærer, resulterer i bedre undervisning og giver eleverne bedre betingelser for at lære.

Hvordan en udvikling af denne praksis kan faciliteres, undersøges og diskuteres med afsæt i følgende problemformulering:

Problemformulering

Hvordan kan jeg, som matematikvejleder, bidrage til at styrke arbejdet med undersøgende matematik på skolen samt understøtte kollegers didaktiske proces i udviklingen af praksis med større fokus på undersøgelsesbaseret matematikundervisning?

Begrebsafklaring

I litteraturen om undersøgende matematik nævnes IBE (inquiry based education), IBME (inquiry based mathematics education) og på dansk undersøgende matematik og undersøgelsesbaseret matematik. I denne sammenhæng vil jeg bruge termen *undersøgende matematik* som samlet betegnelse for denne type matematik.

Læsevejledning

Jeg vil i dette projekt koncentrere mig om følgende: Selve den undersøgende matematik, implementering af nye tiltag - her arbejdet med undersøgende matematik - samt professionelle læringsfællesskaber som en mulig arena for matematikvejledere og matematiklæreres arbejde med at kvalificere praksis i en mere undersøgende retning.

Begreber og teorier anvendes til at kvalificere mit blik på praksis og ikke mindst til at etablere et begrebsapparat, som kan give mig og mine matematikkolleger et fælles sprog, hvormed vi kan tale om undersøgende matematik.

For overblikkets skyld vil jeg i starten af hvert afsnit kort ridse indhold og struktur op.

Projektet har følgende opbygning: Indledningsvist en beskrivelse af den indsamlede empiri, herunder også den empiri, der har motiveret projektet, givet det retning og hermed haft

afgørende betydning for valg af yderligere empiri og udformning af undersøgelsesdesign i selve projektet. Empiri og undersøgelsesdesign placeres således i den første del af opgaven, da det kommer til at fungere som rettesnor for strukturen i det videre projekt. Dette udfoldes yderligere i afsnittet om empiri og undersøgelsesdesign.

I teori afsnittet vil jeg se nærmere på den undersøgende matematik for at stille skarpt på, hvad der menes, når vi taler om undersøgende matematik og på, hvordan det adskiller sig fra en mere formidlende matematik. I denne sammenhæng vil jeg kort inddrage Brousseaus didaktiske kontrakt, da den senere vil blive anvendt i forbindelse med analyse og diskussion af orienteringen mod en mere undersøgende matematikundervisning.

Efterfølgende vil jeg koncentrere mig om implementeringsteori. En vellykket implementering er forudsætningen for internalisering af ny viden og omsættelse af denne viden til praksis, hævder implementeringsforskningen (Wick, 2015). Da vi gennem flere år, uden videre succes, har forsøgt at sætte fokus på den undersøgende matematik på vores skole, må vi konkludere, at der langt fra er tale om en vellykket implementering. Det giver derfor mening at se på, hvad vi kan gøre anderledes.

Professionelle læringsfællesskaber fremhæves som afgørende for forankring af ny praksis (Little, 2016), hvorfor det bliver relevant at se på teorien om disse. Her har jeg valgt Wick (2013 og 2015) og Albrechtsen (2016), da de kommer med konkrete bud på organisering af henholdsvis implementering og professionelle læringsfællesskaber.

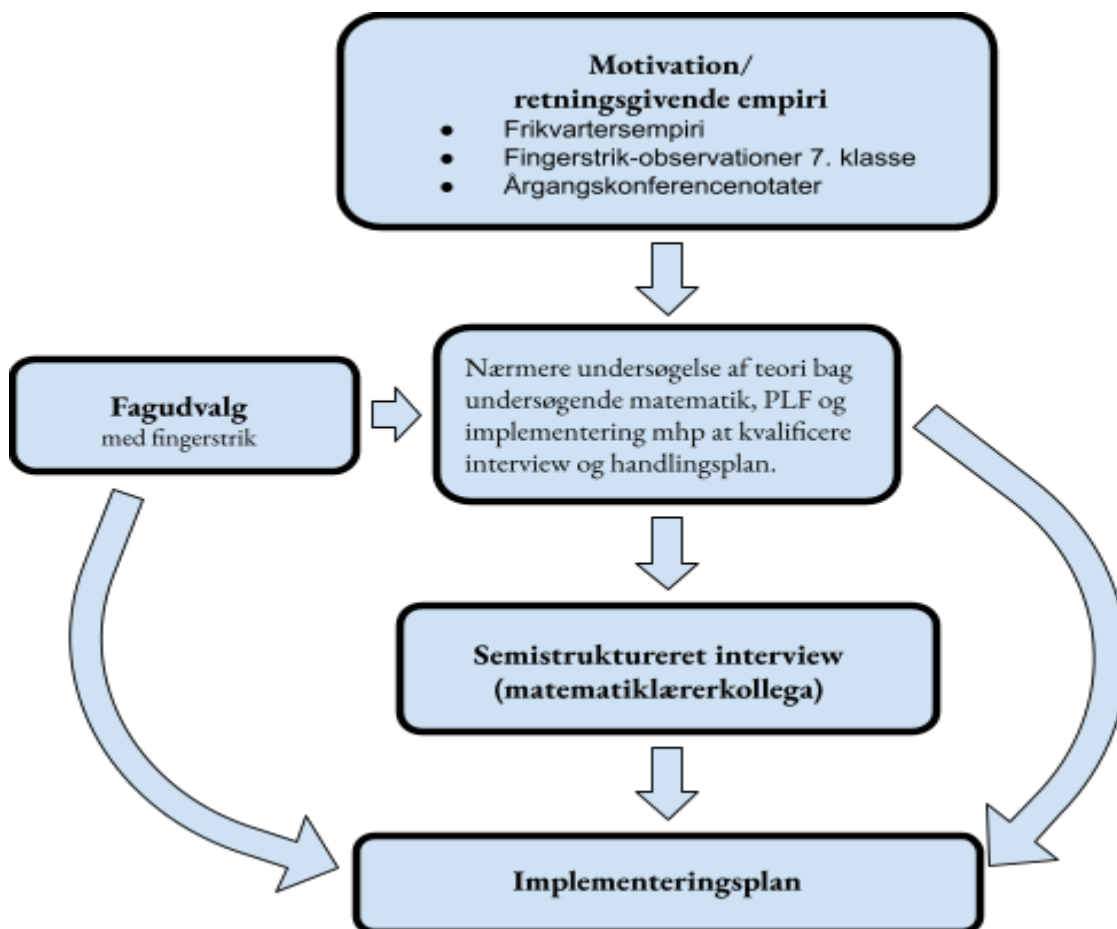
Efterfølgende vil ideerne om undersøgende matematik, implementering og professionelle læringsfællesskaber blive analyseret og diskuteret med udgangspunkt i den indsamlede empiri. Dette vil ske med henblik på at kvalificere en række tiltag, der kan fremme udbredelsen af undersøgende matematik på min skole.

Afslutningsvis en konklusion, hvor jeg, på baggrund af ovenstående, forsøger at svare på de i problemformuleringen stillede spørgsmål og en perspektivering, hvor jeg vil fremføre nogle af de aspekter, det vil være meningsfuldt at undersøge nærmere.

Empiri og undersøgelsesdesign

Empirien i dette projekt udgøres af flere dele, der alle på hver deres måde har bidraget til at kvalificere undersøgelsen af den undersøgende matematiks rolle eller mangel på samme på skolen, hvor jeg er vejleder.

Nedenstående model viser strukturen i undersøgelsesdesignet og vil blive beskrevet i det efterfølgende.



Egen model af undersøgelsesdesign

Frikvartersempi

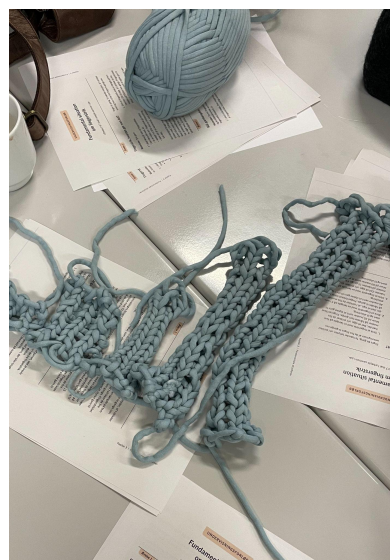
Som bagvedliggende retningsgiver for projektets fokus har jeg min "frikvartersempi" samt observationer af en undersøgende aktivitet i en 7. klasse og notater fra den efterfølgende årgangskonference. I EVA's rapport "*Særlige Ressourcepersoner i Folkeskolen*" tales om

frikvartersrådgivning (EVA, 2009) som uformel sparring i frikvartererne, hvor kolleger søger råd hos vejleder. Tilsvarende har jeg samlet, hvad jeg vil kalde “frikvartersempiri”, som er fremkommet ved kaffemaskinen eller frokostbordet, hvor kolleger har delt glæder, frustrationer og stillet spørgsmål om undersøgende matematik. Eksempelvis har de fortalt om en aktivitet og spurgt, om det var undersøgende matematik, udtrykt bekymring for, hvorvidt eleverne lærte nok eller fortalt om elevernes engagement med en given opgave. Dette har gjort mig opmærksom på, at den undersøgende matematik er mere udfordrende end antaget, men samtidig at mine kolleger er optagede af at få succes med denne form for undervisning.

Fingerstriik i 7. klasse - et praksiseksempel på undersøgende matematik

I forbindelse med årgangskonferencerne på vores skole arbejdes der forud for disse med udvalgte undersøgende opgaver på de respektive årgange. Vejleder kommer i den forbindelse på besøg i klasserne og observerer, deltager i eller forestår den undersøgende aktivitet alt efter, hvad der aftales med klassens matematiklærer.

Empirien består af renskrevne notater ud fra noter taget i forbindelse med observationer i klassen. Observationer består af nedslag, da jeg selv deltog i undervisningen. Umiddelbart efter undervisningen har jeg optegnet det væsentligste indhold (bilag 1).



I 7. klasse, der behandles her, har vi ladet os inspirere af “*Fundamental situation om fingerstriik*” fra “*Vidensbaseret matematikundervisning*” (Bull & Blankholm, 2021), som har til hensigt, at eleverne lærer om den lineære funktion gennem undersøgelsen af sammenhæng mellem forbrug af garn og antal “strikkede hænder”.

I Bull og Blankholms bog er fokus at komme med praksisnære bud på, hvordan matematikdidaktisk forskning kan implementeres i undervisningsforløb (Bull & Blankholm, 2021). Forløbet om fingerstriik knytter an til Brousseaus teori om fundamentale situationer.

Både ved besøget 7. klasse og på fagudvalget, som er beskrevet nedenfor, valgte vi at koncentrere os om den undersøgende aktivitet uden specifikt at bringe Brousseau i spil i vores planlægning og evaluering af aktiviteten.

Vi tog udgangspunkt i følgende tredeling inspireret af beskrivelserne i eks. KiDM-projektet (Larsen & Lindhardt, 2019) og hos Blomhøj (Blomhøj, 2021)

- Iscenesættelse
- Aktivitet
- Fællesgørelse/opsamling

(Den trefasede model vil blive uddybet i afsnittet om undersøgende matematik).

I denne sammenhæng vil jeg ikke give en detaljeret gennemgang af forløbet med fingerstrikk (for flere detaljer, se bilag 1), men fremhæve nogle af de udfordringer min kollega og jeg stødte på, og som efterfølgende blev drøftet på årgangskonferencen. En generel udfordring var elevernes manglende villighed til at fordybe sig i matematikdelen og fællesgørelsen af matematiske erfaringer og observationer. Hovedparten af klassen var så optagede af selve fingerstrikket, at de havde brug for insisterende guidning fra lærerside for at komme videre fra selve strikkeriet. Enkelte fortsatte med i hemmelighed at fingerstrikke under bordet. De fleste grupper nåede dog frem til at komme med bud på forbrug af garn til kommende stykker fingerstrikk på baggrund af egne målinger af mindre stykker fingerstrikk. Men den afsluttende fællesgørelse blev lidt forhastet, og vi nåede ikke helt i mål. Læreren i klassen viste, hvorledes sammenhængen mellem garnforbrug og antal strikkede hænder kunne afbildes som en lineær funktion i GeoGebra, men vores oplevelse var, at den matematiske indsigt, som vi havde håbet på, udeblev.

Årgangskonference

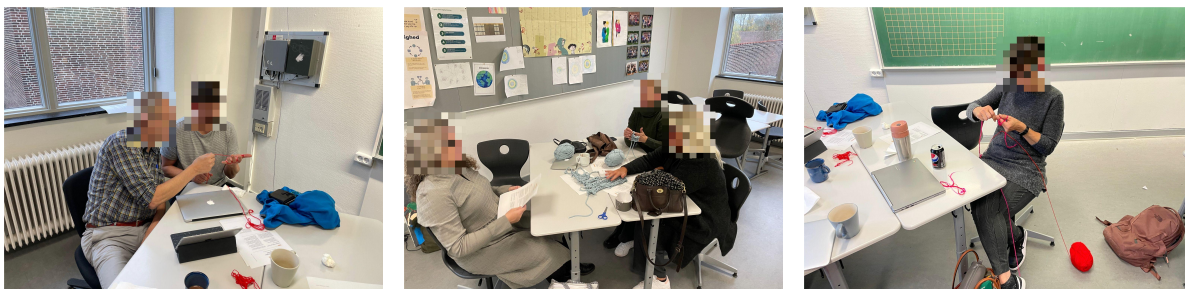
I forbindelse med årgangskonferencen tog jeg noter, som efterfølgende blev renskrevet og uddybet (se bilag 2). Temaet var, baseret på erfaringerne fra aktiviteten i 7. klasse, hvad min kollega kaldte “matematiseringen” af aktiviteten, altså det, der ligger i punktet om fællesgørelse og opsamling. Hvordan undgår vi, at eleverne “hænger fast” i aktiviteten og ikke når videre end til det festlige indslag i undervisningen? Hvilket igen affødte en diskussion af den undersøgende matematiks berettigelse, for hvordan sikrer man sig som lærer, at eleverne lærer det, de skal? Og hvad skal man som lærer gøre mindre af, hvis der skal være plads til den undersøgende matematik? Dette sporede samtalen ind på lærerens rolle i den undersøgende matematik. Hvad kunne vi have gjort anderledes for at optimere rammerne for fællesgørelse og opnåelse af matematisk indsigt?

Oplevelserne beskrevet ovenfor har således vakt min nysgerrighed i forhold til betingelserne for den undersøgende matematik på vores skole. Det er blevet tydeligt, at realiseringen af denne form for undervisning er udfordret. At blive klogere på, hvordan og på hvilke områder, der kunne arbejdes med det, krævede kvalificering af min viden på området og en nærmere undersøgelse af undersøgende matematik, implementeringsteori og teori om professionelle læringsfællesskaber. Sammen med erfaringerne fra vores fagudvalg beskrevet nedenfor, har det kvalificeret både yderligere indsamling af empiri i form af et semistruktureret interview og den videre planlægning af implementeringen af undersøgende matematik.

Fagudvalg

I vores fagudvalg i matematik har vi de seneste år sat fokus på den undersøgende matematik og prøvet undersøgende matematik af i praksis. Til et fagudvalgsmøde prøvede vi samme aktivitet af, som 7. klassen også prøvede kræfter med. Empirien består af renskrevne notater fra mødet (se bilag 3).

Efter en kort introduktion med udlevering af opgaver, garn og målebånd gik mine kolleger i gang. Flertallet strikkede løs og flere var uvillige til at trevle arbejdet op for at måle garnlængden. En enkelt kollega greb i frustration over manglende talent for fingerstrik til GeoGebra, hvor han med udgangspunkt i den øvrige gruppes målinger fik lavet en model af den lineære sammenhæng mellem garnforbrug og antal strikkede hænder. Andre forsøgte sig med tabeller og med at opstille en ligning, der kunne vise sammenhængen. En enkelt gruppe ville gerne strikke slips til kollegerne til julefrokosten. Den generelle oplevelse var, som med 7. klassen, at vi manglede tid til fællesgørelsen og refleksion over aktiviteten.



Fingerstrik-aktiviteten vil være det praksiseksempel, jeg efterfølgende vil bringe i spil, når undersøgende matematik og arbejdet med dette analyseres og diskuteres.

Semistruktureret interview

Via den ovenfor nævnte frikvartersempiri og erfaringerne med fingerstrik-aktiviteten både i klassen og på fagudvalgsmødet, er jeg blevet optaget af mine kollegers oplevelser med undersøgende matematik. Min kollega, som har indvilliget i at lade sig interviewe, har givet udtryk for, at det er svært med det kontroltab, hun oplever, når eleverne arbejder undersøgende, og samtidig er hun usikker på, hvor meget de lærer af det, hvorfor hun ikke arbejder med undersøgende matematik i særlig høj grad.

Jeg bestræber mig på at have en fænomenologisk tilgang til undersøgelsen, da det især er min kollegas *oplevelser*, jeg er optaget af. Den fænomenologiske videnskabssteoretiske position er optaget af den oplevede erfaring med et givent fænomen (Mottelson & Muschinsky, 2021) - her den undersøgende matematik.

En styrke ved det semistrukturerede interview er ifølge Mottelson og Muschinsky, at man ved denne type samtale får mulighed for at få et indblik i respondentens oplevelser og forståelser. Med få planlagte og samtidigt åbne spørgsmål vil den interviewede få mulighed for at dreje samtalen i den retning, hun ønsker, og dermed rettes fokus på det, hun oplever som vigtigt (Sunesen, 2020). Spørgsmålene går på, hvad der opleves som fremmede/hæmmende for arbejdet med undersøgende matematik samt, hvordan vi fremadrettet kan arbejde med denne type matematik på skolen.

Spørgsmålene har interviewpersonen fået tilsendt på forhånd, så hun har mulighed for at forberede sig og gøre sig tanker om, hvad der er vigtigt for hende at få sagt. Spørgsmålene ledsages af et introduktionsbrev inspireret af Micki Sunesen, som lægger vægt på gennemsigtigheden for deltageren. Brevet ses som "*et etisk dokument, der udgør en kontrakt om, hvad der skal ske*" (Sunesen, 2020, s. 44) og kan betragtes som en rammekontrakt, der er den aftale, som en vejleder og den vejlede indgår om rammerne for et forløb (Boysen & Nielsen, 2017). (Introduktionsbrev og interviewguide, se bilag 4 og 5).

Mit håb er, at jeg som vejleder, via interviewet, kan få et indblik i min kollegas forståelse af og oplevelse med undersøgende matematik. Jeg forestiller mig, at jeg som vejleder kan få et vigtigt indblik i, hvad der fremmer, men især hvad der hæmmer ift arbejdet med undersøgende matematik. Samtidig forestiller jeg mig, at jeg også kan hente inspiration til det videre arbejde med implementering af undersøgende matematik.

Jeg har transskriberet de dele af interviewet, der synes særlig relevante for problemstillingen (se bilag 6).

Teori

Undersøgende matematik

I dette afsnit vil jeg se nærmere på de karakteristika, der kendetegner den undersøgende matematik. Forskningen viser, at det er uklart, hvad man præcis skal forstå ved den undersøgende matematik (Blomhøj, 2021).

IBE, Inquiry Based Education er blevet importeret til matematikundervisningen via naturvidenskabsundervisningen. Der er tale om en undervisningsform, hvor eleverne arbejder med at *“afgrænse og formulere problemer, gennemføre og kritisere eksperimenter eller andre empiriske undersøgelser, opsøge information, konstruere modeller, danne hypoteser, debattere med hinanden og læreren, samt udvikle og formidle sammenhørende faglige argumenter”* (Blomhøj, 2021, s. 173).

Den undersøgende matematik ses ofte som modsætning til en mere formidlende matematikundervisning, hvor undervisningen som oftest tager udgangspunkt i lærebogen, hvor læreren præsenterer metoder og begreber, og eleverne efterfølgende arbejder med opgaver for at få opbygget viden og trænet færdigheder inden for det givne emne (Blomhøj, 2021). Kritikken af den formidlende undervisning går på, at det handler om at *“imitere læreren gennem gentagne øvelser”* og at *“imitativ læring forsømmer at give eleverne oplevelser med matematikken”* (Winsløw, 2017, s. 9). Argumenterne for at arbejde undersøgende er, at denne form for undervisning giver eleverne mulighed for at deltage aktivt på en anden måde end i den formidlende undervisning. De får egne erfaringer med den matematik, de arbejder med, og de er med til at opdage sammenhænge og formulere regneregler (Falkenberg m.fl., 2021). Ligeledes fremhæves den undersøgende tilgang som værende motiverende og give mulighed for fordybelse (Blomhøj, 2021). Denne tilgang bunder i idéen om, at læring ikke kan overføres til eleverne, men opstår, når de selv arbejder aktivt med emnet (Bull & Blankholm, 2021).

Det undersøgende element i undervisningen er på ingen måder nyt, men har sine rødder helt tilbage hos John Dewey (1859-1952) med hans idé om *learning by doing*. I flere matematikdidaktiske teorier står det undersøgende aspekt centralt. Det gælder bl.a. RME (realistic math education, Freudenthal) og TDS (Teorien om didaktiske situationer, Brousseau) (Blomhøj, 2021), mens vi på dansk grund har Skovsmoses Undersøgelseslandskaber og Blomhøjs matematiske modellering som eksempler på undersøgende undervisning (Hansen & Hansen, 2013), samt det EU-støttede PRIMAS-projekt. Et af de seneste større projekter er KiDM-projektet i 2016-2018 (Larsen & Lindhardt, 2019).

For at få greb om, hvordan den undersøgende undervisning kan struktureres, præsenterer Blomhøj en trefaset didaktisk model, som kan anvendes i planlægning, gennemførelse og evaluering af undersøgende aktiviteter:

- Iscenesættelse, hvor der skabes spørgsmål, forundring eller udfordringer. For den undersøgende matematik er det essentielt, at der er noget, der skal *undersøges*, og at eleverne er aktive i dette arbejde. Iscenesættelsen skal være motiverende. Det er også her rammerne for aktiviteten (tid, produkt mm.) præsenteres.
- Elevernes selvstændige, undersøgende arbejde i grupper. Her er det vigtigt, at eleverne har tid og frihed til at undersøge problemstillingen, men også at de får støtte fra læreren i form af guidende eller udfordrende spørgsmål. Støtten differentieres alt efter behov.
- Opsamling og fællesgørelse, hvor elevernes erfaringer, resultater og refleksioner danner grundlag for en videre samtale og matematiklæring i klassen. Læreren har ansvaret for at udpege centrale matematiske pointer og sætte dem i sammenhæng med elevernes undersøgende arbejde (Blomhøj, 2021, s. 290-293).

Karakteristisk for den undersøgende matematik er blandt andet arbejdsprocesserne for elevernes arbejde med den undren, der introduceres i forbindelse med iscenesættelsen og guider den videre undersøgelse. Undren fører til hypotese, som undersøges og dokumenteres. Dokumentation af hypotese, ideer og erfaringer fortolkes og kommunikeres. Eleverne får således dannet et fælles erfaringsgrundlag, der kan støtte tilegnelsen af forståelsen af faglige begreber og centrale pointer (Hansen & Hansen, 2013).

Blomhøj pointerer, at de lærer- og elevaktiviteter, som kendetegner den undersøgende matematik, også kan ses i andre typer undervisning. Men det understreges, at: *“de er hyppigt og markant til stede i undersøgende undervisning og bør indgå bevidst i planlægningen af denne”* (Blomhøj, 2021, s. 293).

En væsentlig del af undersøgende matematik er muligheden for at få bragt elevernes ræsonnementskompetence i spil, når de fortolker og reflekterer over deres undersøgelser og ikke mindst forklarer deres idéer til andre (Larsen & Lindhardt, 2019). Blomhøj understreger, at den undersøgende matematik er afgørende i forhold til at udvikle elevernes tankegangs-, problemløsnings- modellerings- og ræsonnementskompetence (Blomhøj, 2021).

Larsen og Lindhardt skelner mellem forskellige typer af aktiviteter inden for den undersøgende matematik. Dette er relevant i forhold til senere analyse og diskussion af hvilke typer opgaver, der kan bringes i spil. For overskuelighedens skyld gengives de i et skema:

Opgavetype/aktivitet	Undersøgende sigte
Opdagelsen	Afprøve og udlede begrebmæssige sammenhænge
Grubleren	Forstå problemstillingen og en mulig løsningsmetode
Produktet	Undre sig over funktion eller æstetik ud fra produkt. Mulige ændringer og personliggørelse
Målingen	En “videnskabelig” undersøgelse af noget gennem måling og beregning
Modelleringen	Udvikle og afprøve matematiske modeller og beskrivelse og analyse af virkeligheden

(Larsen & Lindhardt, 2019, s. 13)

Didaktisk kontrakt

Måderne, hvorpå den undersøgende matematikundervisning adskiller sig fra den mere formidlende, betyder en ændring i undervisningsstrukturerne og også i lærerens rolle. Til senere analyse og diskussion af dette kan Brousseaus begreb *den didaktiske kontrakt* være nyttig. Den didaktiske kontrakt er en uformel og som oftest udtalt aftale mellem lærer og elever om, hvordan rammerne for undervisningen er. Den rummer de gensidige forventninger om, at elevens opgave er at lære, mens lærerens opgave er at undervise. Et brud på den

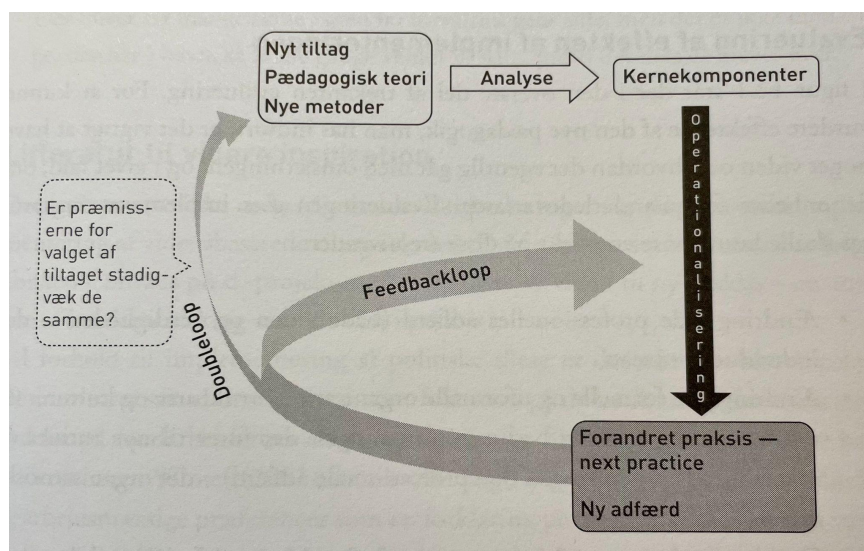
didaktiske kontrakt kan ske ved, at der sker ændringer i den uformelle aftale - eksempelvis ved at introducere nye arbejdsformer (Bull & Blankholm, 2021).

Implementering

Implementering er processen fra forskning til ny praksis. Jeg vil se nærmere på, hvad der kendetegner en god implementeringsproces, og hvilke aspekter der fremmer en sådan.

Arbejdsgangen i implementeringsarbejdet starter med, at de såkaldte kernekomponenter identificeres. Kernekomponenter er de elementer, man ikke kan give afkald på, hvis det nye tiltag skal indføres og have effekt (Wick, 2013). Personalets - i dette tilfælde matematiklærernes - evne og vilje til at leve op til kernekomponenterne er afgørende for, om eleverne får gavn af de nye tiltag (Wick, 2015).

Når kernekomponenterne er identificeret, skal de omsættes til praksis - de skal operationaliseres. Her sættes fokus på, hvordan lærerne skal agere, og hvordan eleverne lærer. Resultatet af operationaliseringen er groft sagt den nye handling eller adfærd. Lærerne har afgørende betydning i operationaliseringsprocessen, da det er dem, der har praksisviden. Det påpeges, at lærernes involvering i operationaliseringen er afgørende for ejerskabet og hermed for implementeringen. Samtidig er det vigtigt, at man i operationaliseringen forbliver tro mod de identificerede kernekomponenter, så man sikrer, at det man reelt implementerer er den ønskede praksis (Wick, 2013).



Model over implementeringsproces (Wick, 2015)

Når nye tiltag skal implementeres, er det ikke tilstrækkeligt at se det som individuel kompetenceudvikling. Man må, ifølge Peter Wick, også se på de organisatoriske rammer i hvilke de nye tiltag skal udfoldes (Wick, 2015). Det er afgørende, at der *“skabes et professionelt læringsrum for de professionelle, hvor de kan dele deres erfaringer med omsætningen af den nye metode i praksis”* (Wick, 2013, s. 221), altså at der etableres rammer for evaluering og kontinuerlig justering af operationaliseringen, så denne kvalificeres yderligere (se model for overblik). Samtidig er det vigtigt at have for øje at nye tiltag *“griber dybt ind i kernen af den professionelle pædagog eller lærers faglighed”* (Wick, 2015, s. 174). For at sikre mulighederne for en vellykket implementering skal en række faktorer derfor være til stede i lærernes læringsrum:

- psykologisk sikkerhed - hvor trygt oplever lærerne deres eget læringsmiljø, samarbejdet med kollegerne, supervision mm. Nye tiltag kan opleves som svære, da de sætter spørgsmålstejn ved, om det man har gjort hidtil, har været godt nok.
- mulighed for at eksperimentere (*“mindst 20-25 gange og helst med supervision”* (Wick, 2015, s. 175) - i hvilket omfang arbejdes med nye metoder og tilgange med mulighed for afprøvning. Det viser sig, at implementering kun baseret på teori og diskussion sjældent bliver en succes.
- lederskab med åbenhed overfor innovation - organisatorisk læring understøttes og opmuntres (Wick, 2015, s. 171)

Forskning har vist, at for at implementering af nye tiltag skal lykkes, er det nødvendigt med *“en kombineret indsats, hvori der indgår teori, demonstration, øvelse og feedback, samt coaching, der foregår i praksis”* (Wick, 2015, s. 175). Coaching svarer i denne sammenhæng til vejledning/supervision.

Professionelle læringsfællesskaber

Det professionelle læringsfællesskab fremhæves i forskningslitteraturen som et fællesskab, hvor udveksling af viden og erfaringer samt udvikling af undervisningen finder sted (EVA, 2020) og derfor som et afgørende element i implementeringsarbejdet. I dette afsnit vil jeg se nærmere på, hvad der kendetegner et professionelt læringsfællesskab, og hvad etableringen af det kræver.

“Når målet er at forbedre undervisningen og dermed øge elevernes læringsudbytte, så er det if. forskningen mest effektivt at forandre lærerens tilgang til at undervise og skolens organisering af undervisningen, dens tilrettelæggelse og teamsamarbejdet. Med andre ord skal der etableres professionelle læringsfællesskaber.” (Wick, 2015, s. 171)

Et professionelt læringsfællesskab er “en inkluderende gruppe af mennesker, der motiveres af en fælles læringsvision og som støtter og samarbejder med hinanden og finder måder, både indenfor og udenfor deres umiddelbare fællesskab, til at undersøge egen praksis og sammen lære nye og bedre tilgange, der vil øge alle elevers læring.” (Albrechtsen, 2016, s. 15)

Et professionelt læringsfællesskab er kendetegnet ved følgende fem elementer, de fem søjler:

- Fælles værdier og vision
- Fokus på elevers læring
- Reflekterende dialoger
- Deprivatisering af praksis
- Samarbejde



Målet for det professionelle læringsfællesskab er ikke selve det professionelle læringsfællesskab. Det professionelle læringsfællesskab er et forum med fokus på fælles og praksisnær pædagogisk udvikling med henblik på at forbedre undervisningen og dermed elevernes udbytte (Albrechtsen, 2016).

I det professionelle læringsfællesskab deler lærerne viden og erfaringer med hinanden og indgår hermed i en deprivatisering af praksis, ligesom de tager del i kritiske og reflekterende dialoger med henblik på at blive klogere på og udvikle egen praksis (EVA, 2020).

Et element i udviklingen af praksis er, at der i det professionelle læringsfællesskab udvikles en “implementeringsfaglighed”, som betyder, at man kan indgå i processer, hvor nye tiltag skal implementeres, og ny viden skal operationaliseres og omsættes til ny praksis (Wick, 2015).

Eksistensen af professionelle læringsfællesskaber er ikke en selvfølge, og de tager tid at udvikle. Det er ikke enkelt at opbygge, og det kræver en indsats af alle. Der er således ikke tale om et quick fix, ligesom det ofte ikke er problemfrit. Udviklingen af det professionelle fællesskab kan udfordres af strukturelle rammer i form af manglende tid og rum til at mødes, men kan også møde mere relationelle udfordringer i form af manglende tillid internt mellem kolleger eller mellem kolleger og vejleder. Tilliden er nødvendig, hvis man skal turde dele egne erfaringer og udfordringer samt indgå i reflekterende dialoger om egen praksis (EVA, 2020).

I denne sammenhæng vil jeg se på matematikfagteamet/fagudvalget som det (potentielt) professionelle læringsfællesskab.

Vejlederens rolle i professionelle læringsfællesskaber

I forbindelse med implementering fremhæver Wick vejledning som central for realiseringen af nye tiltag ikke mindst i forbindelse med den psykologiske sikkerhed, der ses som en af forudsætningerne for vellykket implementering (Wick, 2015). Min rolle som vejleder vil i denne sammenhæng især være koncentreret om vejledning af team, her matematikfagteamet. Vejledning af teams ses netop i forbindelse med eksempelvis nye indsatser på skolen (Boysen & Nielsen, 2017). I sådanne forløb har vejleder ofte to roller: som faglig person, der underviser og informerer om indholdet af det nye tiltag og som facilitator for den videre proces med implementering af de den nye indsats - her undersøgende matematik.

Analyse og diskussion

I dette afsnit vil ideerne om undersøgende matematik, implementering og professionelle læringsfællesskaber blive analyseret og diskuteret med udgangspunkt i den indsamlede empiri. Dette med henblik på at blive klogere på, hvor udfordringerne i arbejdet med den undersøgende matematik på min skole består. I denne sammenhæng er det lærerperspektivet på udfordringerne ved den undersøgende matematik, der er i fokus.

Ud fra den indsamlede empiri kan udfordringerne inddeles i to overordnede kategorier, som i det følgende analyseres og diskuteres:

- Selve den undersøgende matematiks karakteristika, hvilket svarer til Peter Wicks identifikation af kernekomponenter i implementeringsmodellen.
- Implementeringen og rammerne for at arbejde undersøgende (operationalisering, refleksion og sparring med kolleger). Herunder det professionelle læringsfællesskab som en mulig arena for implementeringsarbejdet.

Hansen & Hansen fremhæver i deres artikel om undersøgelsesbaseret matematikundervisning, at en forklaring på vanskelighederne ved at implementere undersøgende undervisningsformer i praksis kan være *“at den undersøgende undervisningsform i matematik måske er inden for mange matematiklæreres “nærmeste udviklingszone”, men uden for den “aktuelle udviklingszone”*” (Hansen & Hansen, 2013, s. 37). Lærerne er således bevidste om behovet for denne type undervisning og ønsker at anvende den, men de har brug for støtte i dette arbejde, hvilket stemmer overens med, hvad jeg oplever som vejleder. Kolleger udtrykker bekymring over læringsudbyttet, men kommer samtidig med forslag til, hvordan det kan øges, og afviser således ikke den undersøgende undervisning (bilag 2). Men hvad er det præcis der gør, at det ikke bevæger sig fra nærmeste til aktuel udviklingszone?

Undersøgende matematik

Min kollega spørger rent ud i interviewet: *“Hvad er undersøgende matematik? Det tror jeg også, at jeg kan være i tvivl om. For det er jo ikke en aktivitet. Er det det?”* (bilag 6, 4:18). Samme spørgsmål har jeg fået fra andre ved kaffemaskinen.

Udfordringerne med at få klarhed over, hvad den undersøgende matematik består af, og er karakteriseret ved, til forskel for mere formidlende matematikundervisning, kan i høj grad afhjælpes med et fælles sprog og begrebsapparat, som Larsen og Lindhardt pointerer (Larsen & Lindhardt, 2019). Det fælles sprog må omhandle både de konkrete aktiviteter og opgaver såvel som strukturen i undervisningen. Lærerne har brug for støtte til udvikling af praksis i form af didaktiske modeller og inspiration i form af konkrete opgaver og aktiviteter (Blomhøj, 2021).

Her kan Larsen og Lindhardts beskrivelse af de forskellige opgavetyper/aktiviteter (skema s. 13) være hjælpsom, når vi ser på konkrete undersøgende aktiviteter. Det blev i interviewet tydeligt for både mig og min kollega, at det ikke er alle former for undersøgende matematik, hun oplever som udfordrende, selvom hun både før og under interviewet har givet udtryk for, at det er udfordrende: *“Jeg kan ikke fordrage det”* (bilag 6, 1:35). I løbet af samtalen blev det mere nuanceret, hvad hun oplever som udfordrende:

“Jeg kan blive rigtig presset over de der grublere for eksempel. Jeg tror virkelig, jeg har sådan en voksenhad for dem lidt” (bilag 6, 14:10), mens *“jeg kan jo stadigvæk godt lave en undersøgelse, tælle bilerne, det er jo også en undersøgelse, at man undersøger, hvad for en der er flest af... sådan nogle problematikker er fine, og det kan jeg rigtig meget af”* (bilag 6, 33:40). Således opleves gruber-opgaver langt mere udfordrende for min kollega end opgaver af målings-typen. Målingen, som opgavetype, knytter sig tæt til naturvidenskaben og handler om at foretage en undersøgelse. Denne type opgave er min interviewede kollega glad for, hvilket antageligvis handler om, at den ligger tæt på et fagområde, hvor hun er tryk, nemlig naturvidenskaben.

Ukendthedsfaktoren (graden af ukendte elementer i aktiviteten) varierer alt efter opgavetype. For *grublerens* vedkommende er det centrale, at eleverne udvikler deres ræsonnerende tankegang. Det ukendte ligger primært i uforudsigelige løsningsmetoder fra eleverne, som læreren må forholde sig til (Larsen & Lindhardt, 2019). Dette kan opleves som utrygt, hvis man ikke hurtigt kan gennemskue, hvordan eleverne tænker, eller hvor de er på vej hen, og det kan opleves som vanskeligt at vide, hvilke spørgsmål man skal stille for at guide eleverne.

Opgavetypen *Opdagelsen* er koncentreret om, at eleverne opdager systemer og sammenhænge og således får en aha-oplevelse. For læreren er problemstilling, løsningsmetoder og svar kendt. Fingerstrik-aktiviteten kan karakteriseres som en opgave af

denne type, hvor eleverne forhåbentlig opdager sammenhængen mellem antal strikkede hænder og garnforbrug som lineær. Benspændet her var øjensynligt ikke ukendthedsfaktoren, da vi lærere var sikre på løsningsmetoder og svar. Måske var det ikke engang vanskeligheder ved guidning, men primært tidspresset. Dette gjorde sig gældende både i 7. klasse og på fagudvalget.

Med beskrivelsen af de forskellige opgavetyper bliver det forhåbentlig mere overskueligt at forholde sig til konkrete aktiviteter og danne sig et overblik over, hvorledes de forskellige opgaver gribes an.

Usikkerheden drejer sig dog ikke kun om det konkrete indhold af undervisningen, men i ligeså høj grad om organiseringen af undervisningen.

Blomhøjs trefasede didaktiske model tilbyder en struktur på det undersøgende arbejde og kan bruges til at kaste et kritisk blik på fingerstrikt-aktiviteten i 7. klasse.

Iscenesættelsen af fingerstrikt fungerede umiddelbart godt. Fase to og tre var til gengæld udfordrede. Vi må overveje, om eleverne ville have taget bedre imod vores guidende spørgsmål, hvis de havde fået mere tid til fingerstrikt.

Kun en enkelt gruppe i 7. klasse og en enkelt kollega til fagudvalgsmødet forlod hurtigt fingerstriktten og forsøgte at afbilde sammenhængen mellem strikkede hænder og garnforbrug i GeoGebra ud fra de andres målinger. Læreren på eget initiativ, eleverne guidet af læreren. Årsagen til dette var tilsyneladende i begge tilfælde frustration over manglende succes med fingerstriktten: *“Jeg tror, der er noget galt med mine hænder. De kan ikke fingerstriktte”* (bilag 3) . Her bliver det omvendt tydeligt, at der findes flere ind- og udgange for samme aktivitet. Eleverne kan hjælpe hinanden med at få øje på forskellige strategier til det undersøgende arbejde - her blev eksempelvis IT bragt i spil. Som min kollega påpeger: *“Det er noget af det, der fungerer: Alle udvikler en eller anden form for matematik den dag, du laver undersøgende matematik. [...] Undersøgelsesmatematik er tilgængeligt for flere børn.”* (bilag 6, 8:02).

Hvilket bringer os tilbage til spørgsmålet om det matematiske udbytte af aktiviteten, det som min kollega i 7. klasse kalder matematiseringen. For hvordan sikrer vi os, at matematikken ikke blot bliver ved eks. at have striktet en meter fingerstrikt? Og hvordan sikrer vi os, at vi ikke forveksler elevaktivitet med matematisk indsigt?

Opsamling og fællesgørelse led som elevernes undersøgende arbejde under tidspres i fingerstrikt-aktiviteten. Læreren og jeg var helt klar over, hvilke matematiske pointer, der var væsentlige, men det blev hastet lidt igennem, så det matematiske udbytte var tvivlsomt, hvilket min kollega påpegede efter undervisningen og igen i forbindelse med årgangskonferencen, hvor problemet med matematiseringen blev drøftet (bilag 2).

Sammenholdt med erfaringerne fra 7. klasse og fagudvalget bliver det tydeligt, at hvis de undersøgende aktiviteter skal blive en succes, så kræver de en højere grad af forberedelse, end vi har tildelt dem hidtil - blandt andet blik for, at aktiviteterne kræver tid.

Hvis vi vender tilbage til Hansen og Hansens hypotese om udviklingszonen, kunne forklaringen på den manglende bevægelse fra den nærmeste udviklingszone til den aktuelle findes i manglende overblik over aktiviteter, ukendthedsfaktoren og strukturer i den undersøgende undervisning. Det må dog overvejes, om der er noget andet på spil også - nemlig lærerens egen matematiklæring.

I interviewet vendte min kollega flere gange tilbage til sin egen matematiklæring i samtalen om vanskelighederne ved den undersøgende matematik:

Og det ved jeg faktisk ikke hvorfor, men det må jo være en del med min matematik og min matematikforståelse (bilag 6, 14:10) [...] Så kan vi gå tilbage til min historie, hvordan mit matematik er udviklet, det er afkodninger, jeg har lært en masse ting udenad. Det var jeg til gengæld rigtig god til.

[...] (bilag 6, 36:59)

For min kollega, og med stor sandsynlighed flere andre, udfordrer den undersøgende matematik deres egen matematiklæring og det fagsyn, de er opdraget med.

Hvis man i denne sammenhæng inddrager Brousseau og den didaktiske kontrakt som en uformel aftale mellem lærer og *fag* frem for mellem lærer og elever, kan man muligvis blive klogere på, hvilke udfordringer den undersøgende matematik rummer.

Den didaktiske kontrakt er en uformel og oftest udtalt aftale om rammerne for undervisningen. Hvis man er skolet i en mere formidlende matematikundervisning, som primært er bygget op om en lærebog, hvor læreren præsenterer metoder og begreber, hvorefter eleverne arbejder med øvelser og opgaver, har man én type didaktisk kontrakt med

sit fag: En mere eller mindre fast ramme og struktur for, hvad man kan forvente af sit fag, og hvordan man som lærer skal agere. At bevæge sig over i en mere undersøgende matematikundervisning repræsenterer således et brud med den didaktiske kontrakt. Det kan være svært for læreren, især hvis det ikke giver entydigt god mening. Som når man oplever den undersøgende aktivitet som kaotisk og med en ukendthedsfaktor, der gør en usikker. Når matematiseringen tilmed ikke indfinder sig, kan denne type undervisning opleves som spild matematisk set.

I artiklen "*Udgange på undersøgende matematik*" (Hansen & Jensen, 2019) stilles skarpt på elevernes fagsyn i KiDM-projektet, hvor elevernes tilgang til aktiviteterne tydede på, at deres fagsyn primært handlede om, at løse opgaverne rigtigt. Således kommer den undersøgende matematik til at udgøre et brud med den didaktiske kontrakt, som man som lærer implicit har indgået med sine elever. Man kan sagtens møde elever, der ikke uden videre går ind på den nye kontrakt, men i denne sammenhæng er det mindst lige så interessant at se på lærerens vilkår i etableringen af en ny didaktisk kontrakt.

Et benspænd ligger derfor muligvis ikke alene i manglende sprog og didaktik om undersøgende matematik, men at bevægelsen fra den ene zone til den anden er mere kompleks end som så, da den for mange lærere repræsenterer et brud med den matematik, de sandsynligvis selv er skolet i fra barnsben og muligvis også i deres læreruddannelse.

Det kan samtidig forklare frustrationen, som ses hos mange lærere om at få den undersøgende tilgang til at hænge sammen med den "almindelige" undervisning (Hansen & Jensen, 2019). At betragte den undersøgende matematik som noget ekstra, der kommer oveni et i forvejen presset program, genkender jeg hos enkelte kolleger på min skole: "*Hvad skal jeg så lave mindre af?*" (bilag 2). Det fremhæves i forbindelse med KiDM-projektet at matematik af lærerne ikke ses som et fag, hvor "*det undersøgende element kan bruges som konsekvent didaktisk ramme for deres planlægning*" (Hansen & Jensen, 2019, s. 41).

Dette kan ikke overraske, hvis undervisningen bryder den didaktiske kontrakt, man har med sit fag, opleves som svær og med tvivlsomt udbytte.

Omvendt er det vigtigt, at fremhæve at den modsatte tendens fylder mere, som når en kollega til årgangskonferencen siger: "*Men det er jo mere en måde at gå til matematikken på generelt. Du kan gøre det i alle emner, det er jo ikke noget særskilt*" (bilag 2), og når min kollega i interviewer siger: "*Jeg tænker faktisk, at vi skal bygge flere undersøgelser op*

omkring for eksempel fagbegreberne, at de opdager hvad ordet betyder i en eller anden form for undersøgelse” (bilag 6, 11:24).

Trods udfordringerne oplever jeg som vejleder begejstring og velvilje hos langt størstedelen af kolleger i arbejdet med undersøgende matematik, og udfordringerne bliver mødt med ønsket om at løse dem og gøre det bedre.

Implementering og det professionelle læringsfællesskab

I det følgende afsnit vil jeg se nærmere på en mulig implementering af undersøgende matematik og det professionelle læringsfællesskabs rolle i denne sammenhæng.

“Jeg oplever, at det er kommet dumpende...Jeg oplever, at det er krævende at ændre sin egen praksis. Jeg oplever, at jeg i hvert fald i en periode bare har gjort, hvad jeg er blevet bedt om” (bilag 6, 0:41).

Sådan svarer min kollega, da jeg spørger hende, hvordan hun har oplevet vores forsøg på at arbejde mere undersøgende i matematik. Trods det, at vi har haft fokus på den undersøgende matematik i et par år nu, viser dette citat, at vi ikke er i mål med implementeringen.

Min kollega har - som andre i fagteamet også giver udtryk for - svært ved at få greb om den undersøgende matematik. Larsen & Lindhardt har arbejdet ud for tesen om, at ved at bryde den undersøgende matematik ned i *“mindre, mere operationelle enheder er der mulighed for større overblik for læreren og dermed større gennemslagskraft i den daglige undervisning”* (Larsen & Lindhardt, 2019, s. 20), hvilket stemmer godt overens med Wicks implementeringsmodel med identifikation af kernekomponenter og operationalisering af disse. Jeg forestiller mig, at analysen og diskussionen af kernekomponenter og operationalisering, skal foregå i fagudvalget.

Identifikationen af kernekomponenter gør det tydeligt, hvad der skal implementeres, mens operationaliseringen beskæftiger sig med, hvordan det skal gøres: Hvordan lærerne agerer og eleverne lærer.

På årgangskonferencen kom min kollega med ideen om instruktionskort til eleverne i (bilag 3). I fingerstrik-aktiviteten kunne det helt sikkert være hjælpsomt med instruktionskort, men måske ikke til eleverne alene. Som lærere kunne vi have haft gavn af, at være skarpere på, hvilke spørgsmål vi skulle stille for at hjælpe eleverne videre og på, hvordan disse spørgsmål kunne stilles på forskellige måder. Vi har på tidligere fagudvalg arbejdet med en række undersøgende aktiviteter og i fællesskab drøftet løsninger og indsigter. Og som min kollega påpeger:

“Men da vi i fagudvalget havde den der med to tal med 40 og 20 eller sådan noget, ikk, plus og minus, så havde vi jo lavet opgaven, så kunne jeg bedre formidle den og undervejs var der en, der så et andet system og så fik jeg faktisk skrevet begge systemer op. Men det kræver, at jeg har gennemtænkt det forud.”

I vores operationalisering skal vi være så konkrete som muligt og se på, hvilke spørgsmål vi skal stille både til arbejdsgangen hos eleverne generelt, men også til den konkrete opgave. Implementeringsforskningen påpeger, at det kræver øvelse, når nye tiltag skal søsættes med succes (Wick, 2015).

Operationaliseringen kunne derfor tage udgangspunkt i konkrete øvelser på vores fagudvalg, men med en mere fokuseret afprøvning end hidtil. Jeg forestiller mig, at vi skal arbejde med et øget fokus på, *hvordan* vi ville gennemføre aktiviteten i undervisningen med udgangspunkt i igangsættelse, aktivitet og fællesgørelse. Og med en optagethed af, hvordan kan vi stilladsere elevernes læring bedst muligt. Hvilke spørgsmål skal vi stille? Hvilke opgavespecifikke matematiske spor skal gives her? Hvordan sikrer vi, at eleverne erfarer de matematiske pointer?

I fagudvalgets arbejde med fingerstrik så jeg forskellige bud på at vise sammenhængen mellem antal strikkede hænder og garnforbrug. Nogle arbejdede med tabeller, en med grafer i GeoGebra andre igen forsøgte at opstille en ligning. Disse forskellige tilgange kan vi drage fordel af i arbejdet med forberedelsen af den undersøgende aktivitet. Ligesom eleverne tænker lærerne forskelligt og kan således bringe forskellige tankegange i spil. Blomhøj understreger, at det er værd at være tidskrævende men givtigt i samarbejde med kolleger at forberede sig på forskellige dialoger (Blomhøj, 2021).

Som lærer kommer man på denne måde en smule på forkant med elevernes tankegang og får reduceret nogle af ukendthedsfaktorerne ved på forhånd at have drøftet elevernes potentielle veje ind i og ud af opgaven. Værdien af samarbejdet giver min kollega udtryk for i interviewet, hvor hun fortæller, at hun føler sig bedre forberedt, når hun har fundet flere veje i opgaven:

“Hvis det så er forskellige børn, der tager matematiske forskellige ting, så skal jeg jo lige kunne se det først. [...] Det er præcis det. Mange forskellige måder at træne eller lave opgaven på” (bilag 6, 37:47).

“There is no resistance to change, there is only bad preparation”, hævder implementeringsforskerne Fixsen og Blasé (citeret i Wick, 2013, s. 215). Dette vedrører ikke eventuelle uenigheder om selve indholdet af det, der skal implementeres, men måden det gøres på. Det påpeges at demonstration, praktisk træning og feedback er essentielle for en vellykket implementering. Teori og diskussion alene kan ikke gøre det (Wick, 2015).

I vores fagudvalg har vi arbejdet med undersøgende aktiviteter - senest fingerstriik. Der er dog sket det, at vi er gået direkte til praksis, men især den del, der handler om elevpraksis. Eksempelvis er vi gået til aktiviteten fingerstriik som elever, men har ikke på forhånd drøftet læreraktiviteter og har derfor ikke i tilstrækkelig grad været opmærksomme på, hvor faldgruberne kunne være.

Hvis intentionen er at styrke arbejdet med undersøgende matematik på skolen og didaktikken omkring dette, skal der arbejdes systematisk og kontinuerligt med didaktikken for øje og ikke aktiviteten set fra elevperspektiv alene. Det vil dog fortsat give god mening at afprøve aktiviteterne, men den praktiske træning, som Fixsen og Blasé taler om ovenfor, skal i langt højere grad ske med et fagdidaktisk blik for læreraktiviteten.

I et forsøg på at skabe et meningsfuldt samarbejde i fagudvalget, har vi vejledere forsøgt at facilitere et samarbejde baseret på forbedring af praksis, men har øjensynligt været så optagede af (elev-)praksis, at vi ikke har haft tilstrækkeligt blik for teorien og didaktikken knyttet hertil. Vores fagkolleger har været begejstrede og giver udtryk for at det er dejligt, at arbejde “hands on” og få inspiration til undervisningen. Næste trin i det praktiske arbejde må derfor være at kvalificere lærerens rolle i den undersøgende undervisning i form af

operationalisering af de kernekomponenter, der vedrører lærerrollen. På fagudvalg kan vi arbejde med at forberede og evaluere denne del, men selve afprøvningen må foregå i undervisningen.

Vejlederens besøg i klasserne i forbindelse med den undersøgende matematik har indtil nu været i forbindelse med årgangskonferencerne en gang eller to årligt.

Hvis en lærer har brug for at øve sig 20-25 gange og gerne med supervision (Wick, 2015), har det lange udsigter. Men man må starte et sted, og som min kollega foreslår, kunne vi etablere en systematik om vejledning med vejleders deltagelse i klassen:

“Ligesom et årshjul, ikk’ også? Fordi Mette, så kunne jeg sige til dig, at jeg ville lave grublere fire gange, og så ville du udvikle mig. Og så skulle du måske kunne støde til om et halvt år og følge op. Så kunne vi få lagt sådan et skema, at så kom du en gang der. [...] Det fungerer i hvert fald for mig, og så bliver det også til noget“ (bilag 6, 28:08)

Der bliver her lagt op til, at vi sammen kan kickstarte en udvikling, som vi efterfølgende følger op på. Med en indsats med parallel drøftelse af erfaringerne i fagudvalget, vil fagdidaktikken kunne bringes i spil med udgangspunkt i konkret undervisning og deprivatisering af praksis, hvilket forhåbentlig ville bidrage yderligere til oplevelsen af ejerskab.

Det er i ovenstående blevet tydeligt, at en vellykket implementeringsproces kræver samarbejde og fælles refleksion om både kernekomponenter og operationalisering. Operationaliseringen koncentrerer sig om konkrete aktiviteter samt lærer- og elevaktiviteter, hele tiden med elevernes læring for øje. Samtidig er det nødvendigt med deprivatisering af praksis, hvis arbejdet skal tage udgangspunkt i konkret undervisning, og hvis det skal være muligt med en meningsfuld feedback. Lærernes samarbejde kan her karakteriseres som et professionelt læringsfællesskab, da fokus på elevens læring, de reflekterende dialoger, samarbejdet og deprivatisering af praksis alle er kendetegnende for et sådant. Den sidste søjle om fælles visioner og værdier bliver behandlet senere i dette afsnit.

I Wicks beskrivelse af omstændighederne omkring implementeringen nævnes andre afgørende faktorer som den psykologiske sikkerhed (Wick, 2015). Den psykologiske sikkerhed i forhold til at kaste sig ud i noget nyt, kan således fremmes ved at øve sig i

fællesskab og sammen drøfte, hvordan man griber en ny opgaveform an. En forudsætning er dog, at fællesskabet med kollegerne er trygt. Hvis en lærer føler sig presset eller er usikker kan dette stå i vejen for, at vedkommende tør kaste sig ud i den udvikling og afprøvning af ny praksis (Boysen & Nielsen, 2017). Et andet element af den psykologiske sikkerhed er spørgsmålet om, hvorvidt den hidtidige praksis har været god nok, når der er behov for at gøre noget nyt (Wick, 2015). Det kan derfor være sårbart, når nye tiltag skal iværksættes, og det er af samme grund vigtigt at holde fast i, at selvom nyt indføres, er det ikke ensbetydende med, at det tidligere er forkert. Men hvis rammer og betingelser har ændret sig, må praksis justeres, eks. som man så det i udviklingen fra regning til matematik (Falkenberg m.fl., 2021).

Som vejleder må jeg overveje, hvordan jeg kan bidrage til etableringen af denne sikkerhed ved tydelig forventningsafstemning med kolleger. Jeg forestiller mig, at dette sker ved løbende drøftelser i fagudvalget, hvor vi taler om og diskuterer, hvordan implementeringen af en mere undersøgende tilgang til undervisningen påvirker vores arbejde med forberedelse og gennemførelse af undervisningen. Hvad skal der gøres mere af, og hvad skal der slækkes på? I forbindelse med årgangskonferencen gav en kollega som tidligere nævnt udtryk for sin frustration over vores tiltag med den undersøgende matematik: "*Hvad skal jeg så lave mindre af?*" (bilag 2)

Denne frustration åbner for en anden vigtig diskussion, når man taler om implementering af nye tiltag. Indtil nu har jeg i forhold til implementering primært beskæftiget mig med et *hvordan*, og hvad man skal være opmærksom på i denne sammenhæng.

Men det er ikke tilstrækkeligt at se på et *hvordan*, vi må også kigge nærmere på et *hvorfor*.

Med "*Hvad skal jeg så lave mindre af?*"-udsagnet sættes fokus på spørgsmålet om omfanget af nye tiltag i skolen. Det vurderes, at en effektiv implementeringsproces tager 2-4 år (Wick, 2015), og med rækken af tiltag i folkeskolen risikerer man, at det tiltag man som vejleder eller skole anser som værende vigtigt, drukner i mængden.

Én ting er risikoen for ligegyldighed, hvad angår det, der skal implementeres. Det drejer sig, såvidt jeg kan se, om en "skal vi nu også det"-træthed. En anden er det faktum, at man reelt kan være uenig i det, der skal implementeres.

Det professionelle læringsfællesskab forudsætter fælles værdier og vision, men er dette en selvfølge? I det foregående afsnit blev det tydeligt, at den undersøgende matematik kan repræsentere et brud med både lærere og elevers forståelse af matematikken. Det kan derfor ikke betragtes som en selvfølge, at der er tale om én fælles vision og fælles værdier, når vi taler om undersøgende matematik.

Det er måske svært at sige sig uenig i kravet om fokus på elevers læring, men er der enighed om, at det skal ske ved at fremme undersøgende matematik?

EU har med en række projekter søgt at fremme udviklingen af den undersøgende matematikundervisning. Især siden 2007, hvor en ekspertgruppe i EU konkluderede, at den undersøgende undervisning kunne være en mulig løsning på problemet med unges manglende interesse for matematik og naturvidenskab, har den undersøgende matematik været en trend (Blomhøj, 2021). Ifølge Blomhøj er det vigtigt, at forholde sig kritisk til den undersøgende matematikundervisning og forholde sig til spørgsmålet om, hvad der vejer tungest i argumentet for at prioritere den undersøgende matematik: et politisk imperativ eller fordi det er god undervisning (Blomhøj, 2021).

Men så længe det er uklart, hvori det særlige ved undersøgende matematik består, bliver det svært at have en fornuftig diskussion om indholdet.

Hvis den undersøgende matematik skal realiseres på vores skole, må det første trin være at identificere og analysere kernekomponenterne: Hvad er det helt særlige for den undersøgende matematik? Først herefter kan man tage en diskussion om, hvorvidt der er tale om en bedre form for matematik. Indtil dette sker vil diskussionen, efter min overbevisning, primært handle om den generelle holdning til nye tiltag og ikke specifikt om den undersøgende matematik.

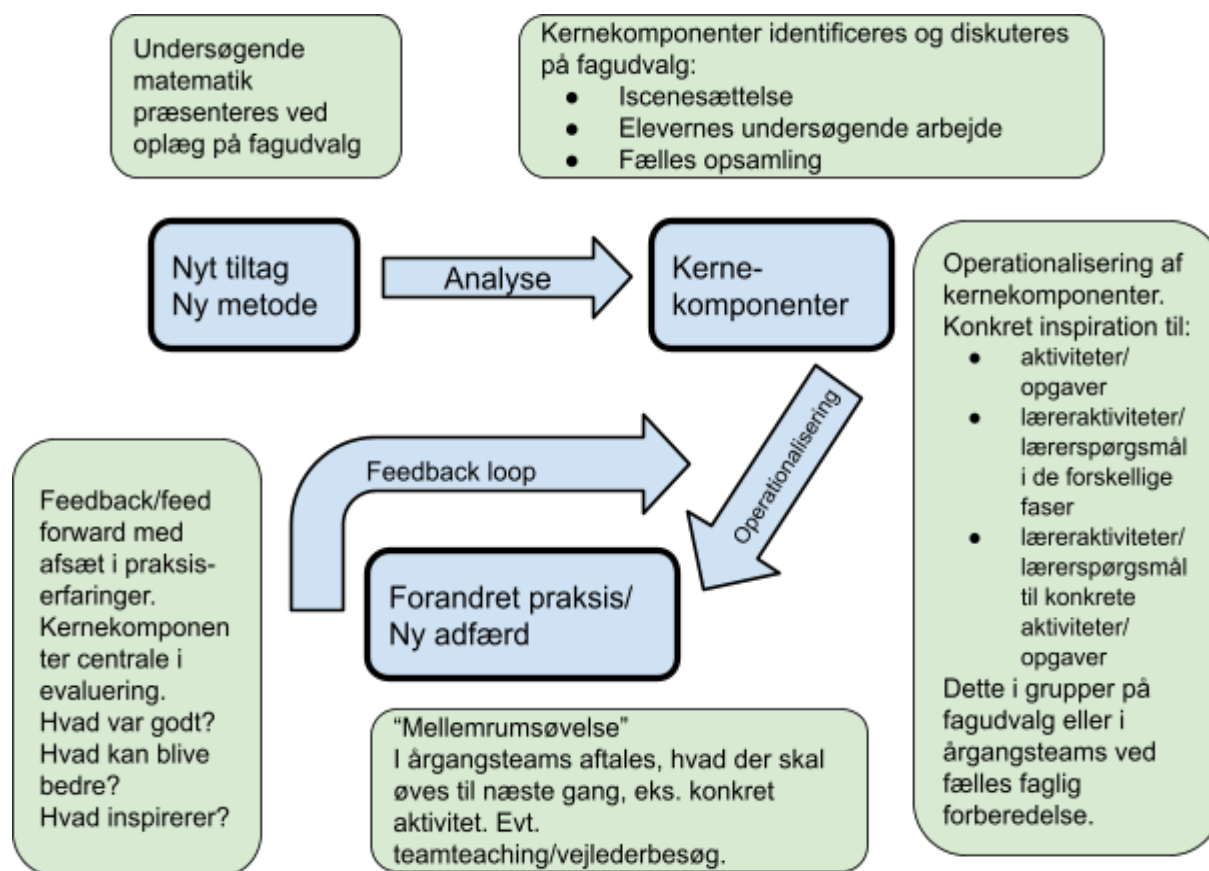
En eventuel uenighed om, hvorvidt den undersøgende matematik er god matematik, er ikke nødvendigvis ufrugtbar, men kan føre til nuancerede og reflekterede diskussioner. Disse diskussioner eller reflekterende dialoger kunne meget vel placeres i forbindelse med identifikationen og analysen af kernekomponenterne og med jævne mellemrum tages op i forbindelse med evaluering af forskellige aktiviteter.

Implementeringsplan

Tager man udgangspunkt i Wicks implementeringsmodel udgøres den af en række centrale elementer:

- Det nye tiltag
- Identifikation af kernekomponenter gennem analyse
- Operationalisering hvor disse omsættes til praksis
- Praksis samt evaluering af denne med henblik på evt. justering af operationaliseringen.

I modellen nedenfor kommer jeg med et bud på, hvordan implementeringen af undersøgende matematik kan se ud på vores skole med fagudvalget som det professionelle læringsfællesskab, hvori den udfoldes. Modellen er fremkommet på baggrund af ovenstående analyse og skal således ses som en kondenseret udgave af denne. De blå dele er Wicks implementeringsmodel, mens de grønne dele er mine forslag til det konkrete arbejde med de forskellige dele af modellen. Således kommer de grønne dele til at repræsentere en operationalisering af de blå elementer, som må betragtes som kernekomponenterne i implementeringen.



Model for implementering af undersøgende matematik

Konklusion

Den undersøgende matematik har været en tydelig trend i udviklingen af matematikundervisningen gennem de seneste 10-15 år. På min skole har vi de seneste år forsøgt at udvikle vores praksis som matematiklærere i en mere undersøgende retning. Det har dog ikke haft den store effekt trods en generel velvilje hos stort set alle matematiklærere på skolen.

En udfordring er den manglende klarhed over, hvad undersøgende matematik reelt er. Her kan Blomhøjs trefasede model over undervisningsstrukturen i undersøgende matematik samt en øget opmærksomhed på, hvilke lærer- og elevaktiviteter, der er kendetegnende for den undersøgende matematik, være hjælpsomme. Det er vigtigt at pointere, at de lærer- og elevaktiviteter, som kendetegner den undersøgende matematik også kan ses i andre typer undervisning, men at de er markante og ofte forekommende i den undersøgende undervisning, både hvad angår planlægning og gennemførelse.

Jeg har med udgangspunkt i Peter Wicks implementeringsmodel fået blik for, hvor nødvendigt det er med et solidt forarbejde, hvis et nyt tiltag skal realiseres. Den ovenfor nævnte kortlægning af den undersøgende matematik svarer til identifikationen af kernekomponenterne. Herefter skal disse operationaliseres, altså omsættes til praksis. En fortsat kvalificering af arbejdet sker ved kontinuerlig afprøvning og evaluering af den nye praksis. Dette kalder på samarbejde i fagteam. Samarbejdet har karakter af et professionelt fællesskab med de reflekterende dialoger og samarbejde om elevers læring, om planlægning og gennemførelse af undervisning samt forventningen om deprivatisering af praksis. Hvorvidt de fælles visioner og værdier er helt på plads, kan fortsat diskuteres, hvilket er vigtigt at gøre, da det altid er relevant at sætte fokus på, hvad god matematik er.

En vellykket implementering er således et langt, sejt træk, der kræver, at det forankres i vores matematikfagteam med fokus på udvikling og diskussion af praksis med afsæt i konkrete opgaver.

Som vejleder ser jeg det som min opgave, at forestå arbejdet med etableringen af en systematik omkring dette arbejde, så det bliver en kontinuerlig proces, hvor vi i fællesskab fastholder arbejdet med en stadig udvikling af undersøgende matematik.

Hidtil har vores arbejde i for høj grad været karakteriseret ved "*learning by doing*", men med for meget vægt på "*doing*" med en forventning om, at indsigt kom af sig selv som følge heraf, hvilket naturligt nok ikke har været tilfældet. Således kommer den hidtidige praksis til at udgøre erfaringsgrundlaget for et videre, og forhåbentlig mere kvalificeret arbejde med udviklingen af praksis med fokus på undersøgende matematik.

Perspektivering

I arbejdet med dette projekt er jeg blevet særlig optaget af, hvordan jeg som vejleder kan bidrage til at kvalificere arbejdet med den undersøgende matematik på vores skole og i forlængelse heraf, hvad der kunne være centralt for den videre udvikling af dette arbejde.

Helt praksisnært synes jeg især, at pointen med nødvendigheden af at afprøve og øve praksis og helst med supervision er spændende. Hvordan kan dette praktiseres i vores hverdag? Skal det være vejleder, der superviserer, eller kunne man inddrage to-lærer-timerne, der er på skolen, og sætte fokus på team teachings fordele i denne sammenhæng?

På et mere generelt plan bliver det interessant at se, om en tydelig struktur for implementering af den undersøgende matematik kunne bane vejen for en øget grad af implementeringsfaglighed i fagteamet. Kan en sådan struktur komme til at fungere som en drejebog for, hvordan vi møder nye tiltag?

Litteratur

Albrechtsen, T. R. S. (2016): *Professionelle læringsfællesskaber - teamsamarbejde og undervisningsudvikling*. Frederikshavn: Dafolo.

Blankholm, T. & Bull, A. (2021): *Vidensbaseret Matematikundervisning 1. 6. til 10. klasse*. Glostrup: Forlaget Matematik

Blomhøj, M. (2013): Hvad er undersøgende matematikundervisning - og virker den? I M. W. Andersen & P. Weng (red.): *Håndbog om matematik i grundskolen. Læring, undervisning og vejledning* (s. 172-188). Dansk Psykologisk Forlag.

Blomhøj, M. (2021): Undersøgende matematikundervisning - fra teori til praksis. I M. W. Andersen & P. Weng (red.): *Håndbog om matematik i grundskolen, 2. udgave. Læring, undervisning og vejledning* (s. 283-310). Dansk Psykologisk Forlag.

Boysen, L. & Nielsen, B. (2017): *Vejledning. Pædagogisk LæringsCenter mellem ledelse og undervisere*. København: Hans Reitzels Forlag.

EVA (2009): *Særlige ressourcepersoner i folkeskolen*.

Tilgået d. 24. maj 2022

<https://www.eva.dk/grundskole/saerlige-ressourcepersoner-folkeskolen>

EVA (2020): Vidensnotat om professionelle læringsfællesskaber i grundskolen.

Tilgået d. 24. maj 2022

<https://www.eva.dk/grundskole/vidensnotat-om-professionelle-laeringsfaellesskaber-grundskolen>

Falkenberg, L. L. & Honoré, I. R. & Johnsen, N. & Rønn, E. (2021): *Undersøgende matematik i skolen. Planlægning og eksempler*. Samfundslitteratur.

Hansen, R. & Jensen, M. E. (2019): Udgange på undersøgende matematik. I: *MONA - Matematik- Og Naturfagsdidaktik*, 2019(3), s. 28-46. Tilgået d. 1. maj 2022

<https://tidsskrift.dk/mona/article/view/115581/163892>

Hansen, P. & Hansen, R. (2013): Undersøgelserbaseret matematikundervisning. I: *MONA - Matematik- Og Naturfagsdidaktik*, 2013(4), s. 36-54. Tilgået d. 1. maj 2022

<https://tidsskrift.dk/mona/article/view/36061>

Larsen, D. M. & Lindhardt, B. (2019): Undersøgende aktiviteter og ræsonenmenter i matematikundervisningen på mellemtrinnet. I: *MONA - Matematik- Og Naturfagsdidaktik*, 2019(1), s. 7-21. Tilgået d. 1. maj 2022 <https://tidsskrift.dk/mona/article/view/112811/161536>

Little, J. W. (2016): Professionelle fællesskaber og professionel udvikling i den læringscentrerede skole. I T. R. S. Albrechtsen (red.): *Professionelle læringsfællesskaber og fagdidaktisk viden* (s. 47-97). Frederikshavn: Dafolo

Mottelson, M. & Muschinsky, L. J. (2021): *Undersøgelser. Videnskabsteori og metode i pædagogiske studier*. København: Hans Reitzels Forlag.

Sunesen, M. S. K. (2020): *Sådan laver du undersøgelser. Videnskabsteori, metode og analyse*. København: Hans Reitzels Forlag.

Wick, P. (2013): Implementering. I T. Richie (red): *Metoder i pædagogers praksis* (s. 213-229). Billedsø & Baltzer.

Wick, P. (2015): Skolen - mellem forandring og forankring. I: B. Albers; H. Høgh & H. Månsson: *Implementering - Fra viden til praksis på børne- og ungeområdet* (s. 168-183). Viborg: Dansk Psykologisk Forlag.

Winsløv, C. (red.) (2017): *Meria håndbog i undersøgelserbaseret matematikundervisning*.

Tilgået d. 1. maj 2022

https://meria-project.eu/sites/default/files/2018-02/MERIA%20Practical%20Guide%20to%20IBMT_DEN.pdf

Oversigt over bilag

Bilag 1: Fingerstrik i 7. klasse

Bilag 2: Årgangskonference

Bilag 3: Fagudvalg

Bilag 4: Brev om interview

Bilag 5: Interviewguide

Bilag 6: Interview med kollega