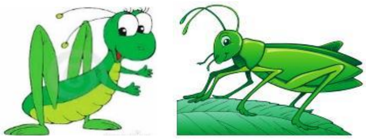
MJN primo hoppe-model



Lad os flyve med brevduer i Primtallenes dri- og fortry-llende verden

Primtal er drillende og fortryllende, fordi det er nemt at forstå, hvad de er, men svære at bevise, når de opfører sig, som de gør.

Arbejdet med primtal har en lang forhistorie, som går tilbage til oldtiden, og det har altid været et stort dilemma i talteorien (aritmetik), som studerer primært egenskaber af heltal.

Matematikere fortsatte søgen efter at afkode primtallenes hemmeligheder (de små og de store primtal) i håb om at afdække emnet.

Primtallenes mysterier ligner brevduernes uløste mysterier. Brevduerne har længe fascineret opdrættere, biologer og forskere. Mange diskussioner, teorier og forsøg er blevet udført på, hvordan en brevdue benyttes som budbringer i både fredstid (kærlighedsbreve, kapflyvninger) og krigstid (militære budbringere) har god orienteringsevne (GPS) til *at finde vej*.

Her er et sjovt lille eksempel fra professor Bent Ørsted (Institut for matematik, Aarhus universitet) i en mail til mig: ” Hvis man leder efter primtal på formen en række 1-taller (altså som 11), så er **1111111111111111111** (19 1-taller) et primtal (godt nok fundet via computerprogram, et der kan finde primfaktorer i store tal). Og der er vist ikke nogen primtal af denne type med færre 1-taller.
Det er jo et meget interessant problem og meget anvendeligt, f.eks. i forbindelse med **kryptering**. Store primtal er vigtige i **konstruktion af koder**”.

Det er også set at Hollywood movies omtaler primtal i flere af deres film for primtals nuværende relevans i en kodefuld verden.

Ali Baba og de fyrretyve Røvere - Fra Tusind og en Nats Eventyr

Den fattige brændehugger Ali Baba, der ved en tilfældighed overhører, hvordan røvere gemmer deres mange skatte og penge vha. det hemmelige kodeord "**Sesam, Sesam luk dig op**" til at åbne grottens magiske sten dør. Allerede dengang for flertusinde år siden, lå det naturligt i mennesket at anvende koden, selv på en primitiv metode.

Hemmelige koder er en metode til at formidle beskeder på en uforståelig form.
Der findes forskellige måder at kode på: Tal, bogstaver, handlinger, følelser, DNA-molekylet koder, kemi koder, cerberus-kode, …osv.

I løbet af vores liv passerer vi forskellige kodninger

Spædbørns kodning ved at bruge kroppen som sprog
Spædbarnet har naturligvis ikke noget sprog, det kan tale med. Så længe barnet ikke har noget egentligt sprog, må forældrene søge at kommunikere og aflæse barnets signaler gennem kroppens bevægelser og ansigtsudtryk hos barnet, som viser glæde, vrede eller smil og andre sjove signaler som (Agha, AAGH, ughghgh, AAA, iii, …) eller nød-signaler og beskeder (sult, gråd og tårer).

Unge kodning, subkulturer
Unge har tendens til at have deres egen slæng, det vi også kender som subkultur. Her har de unge et særligt fælles sprog, som er uforståeligt for uvedkommende.

Kodning afgørende for historien " The Imitation Game"
Filmen " The Imitation Game" beskriver, hvordan anvendelsen af koder havde en uvurderlig betydning under anden verdenskrig, især for militære formål. I filmen ansætter den britiske efterretningstjeneste matematikeren Alan Turing til at bryde tyskernes Enigma-enhed (Det er det bedste kodeapparat nogensinde).

Også under den kolde krig mellem USA og USSR i 1960'erne forsøgte de to lande ved hjælp af kodesprog at forhindre den anden i at opnå militære, politiske eller økonomiske hemmeligheder.

Næsten alle lande bruger koder stadigvæk dagen i dag. Selv kriminelle grupper og terroristiske bevægelser bruger koder. Nogle foreninger, fritidscentre har også deres interne hemmelige koder, som bruges til mange snedige handlinger.

Lad primtal fortælle om sig selv

* De er de vigtigste tal i matematik, hvert helt tal og større end 1, er enten et primtal eller et produkt af primtal (Grækeren Euklid) ”Book IX of the Elements”
f.eks. 36 = 2*2*3*3 42 = 2*3*7 210 = 2*3*5*7 667 = 23*29
Denne egenskab kaldes **Aritmetikkens Fundamentalsætning** (FTA).

* Ethvert lige tal større end 4 kan skrives som sum af 2 ulige primtal (Tyskeren Goldbach).
f.eks. 14 = 7 + 7 = 3 + 11 98 = 37 + 61 = 19 + 79 112 = 3 + 109 = 5 + 107

* De er alle ulige med én undtagelse (2- tallet), men ikke hver ulige tal er et primtal.

* Deres sidste ciffer kan være 1, 3, 7 eller 9, men ikke alle tal, der ender med disse, er primtal.

* Der kan forekomme såvel små som store gab mellem dem. Nogle gange ligger de langt fra hinanden, f.eks. er der ingen primtal mellem primtallene (113 og 127) og (1327 og 1361). Og nogle gange ligger de tæt på hinanden f.eks.

17 og 19
29 og 31
71 og 73
1427 og 1429

De primtal, hvor forskellen mellem dem er 2, kaldes primtalstvillinger. Den mindste af de to tal kaldes lillebror og dets sidste ciffer er enten 1, 7 eller 9.

12 går op i summen af primtalstvillinger, hvor primtallet er større end eller lig med 5.

Her har vi de 6 første primtalstvillingerne:

(5 + 7): 12 = 1 (11 + 13): 12 = 2 (17 + 19): 12 = 3
(29 + 31): 12 = 5 (41 + 43): 12 = 7 (59 + 61): 12 = 10

* Primtal indgår i de fleste primitive tripler: (3, 4, 5), (5, 12, 13), (8, 15, 17), (7, 24, 25), (12, 35, 37), (9, 40, 41), (11, 60, 61), … osv.

* Primtal er aritmetiks byggesten. De er ligesom magnetisme til strøm, dvs. ingen strøm i vores boliger uden magnetisme eller ligesom skelettet i kroppen, uden skelettet vil vi falde sammen.

Ikke Primtal ved først blik

F.eks. **tal med gentagne cifre**, hvor cifrene er ens (undtagen 11) - 111, 1111 og 77, 777, 7777…
F.eks. 123, 321, 567, 657, 789, 987, 879, 897, 363, 393, 639 ,936, 963, … ***De er multipla af 3***.
F.eks. 147, 714, 217, 721, 287, 728, 497, 749, 847, 784, 791, 917,… ***De er multipla af 7***.
F.eks. 1133, 1177, 1199, 4411,5533, 6611, 7799, 9911, 1331, 3113, 1771, 7117, 3773, 7337, 1991, 9119, … ***De er multipla af 11***.
F.eks. 1313, 1339, 1391, 2613, 2639, 2691, 3913, 3939, 3991, 5213, 5239, 5291, 6513, 6539, 6591, … ***De er multipla af 13***.
Der følges det samme system med multipla af 17, 19, 23, 29, … osv.

Med disse fakta i baghovedet kommer jeg her med et bud på, hvordan primtal afsløres eller opdages vha. MJN Primo hoppe-model

MJN primo hoppe-model er en model, som ordner tallene efter enernes position: 1, 3, 7 og 9. Den opdeles i 4 lodrette grupper (Gr.11, Gr.13, Gr.17 og Gr.19) og uendelig mange vandrette rækker.

Den største udfordring for denne model er at lære strategien, for at finde svaret hurtigt.

Modellen går ud på at gå på jagt efter alle primtal, *over et begrænset område* f.eks. (11-199) eller *at afgøre om et tal er et primtal*. Man må kun hoppe op eller ned i den samme lodrette gruppe. Så udvid derefter listen til 299, 399, 499, osv.

Læreren forklarer eleverne, hvad primtal er. Derefter deler klassen i to grupper eller flere, og de arbejder med MJN primo hoppe- model. De har lov til at kontrollere svar med gruppen, før en elev fra gruppen siger svaret højt.

***** *Alle* de naturlige tal er ikke nødvendige i modellen. Se ”Gå på opdagelse med primtal” nedenunder.

***** Desuden *repræsenterer hvert tal produktet af to el. flere faktorer*. F.eks. Jeg bruger tallet 39 til at springe over multipla 3 og 13 eller tallet 51 til at springe over multipla 3 og 17… osv.

***** Det er en sikker og enkel måde at vise, om et tal er et primtal, fordi det er let at anvende og hurtig til bestemmelse af primtallene. Man skal kun hoppe op eller ned i **én** lodret gruppe, hvor tallets ener (1, 3, 7 el. 9) bestemmer hvilken gruppe skal man hoppe langs!

Gå på opdagelse med primtal:

De første primtal er 2, 3, 5 og 7.

Gruppe 11	Gruppe 13	Gruppe 17	Gruppe 19
11	13	17	19
21	23	27	29
31	33	37	39
41	43	47	49
51	53	57	59
61	63	67	69
71	73	77	79
81	83	87	89
91	93	97	99
101	103	107	109
111	113	117	119
121	123	127	129
131	133	137	139
141	143	147	149
151	153	157	159
161	163	167	169
171	173	177	179
181	183	187	189
191	193	197	199

Overstreg tallene, der ikke er primtal:

1. *Tallene i Gr.11* overstreges som følgende: Overstreg de tal, som 3 går op i: 21, 51, 81, 111, 141 og 171.

Tallet 21 = 3x7 (Vi hopper 7 gange ned og kommer til 91). Fra 91 hopper vi 7 gange ned og kommer da til 161 osv.

2. *Overstreges tallene i Gr.13* på samme måde som førnævnte strategi. Overstreg de tal, som 3 går op i: 33, 63, 93, 123, 153 og 183.

Tallet 33 = 3x11 (Vi hopper 11 gange ned til 143).

Tallet 63 = 7x9 (Vi hopper 7 gange ned til 133).

3. *Overstreges tallene i Gr.17*. Overstreg de tal, som 3 går op i: 27, 57, 87, 117, 147 og 177.

Tallet 77 = 7x11 (Vi hopper 7 gange ned til 147 og 11 gange ned til 187 osv.).

4. *Overstreges tallene i Gr.19*. Overstreg de tal, som 3 går op i: 39, 69, 99, 129, 159 og 189.

Tallet 39 = 3x13 (Vi hopper 13 gange ned til 169).

Tallet 49 = 7x7 (Vi hopper 7 gange ned til 119 og fra 119 til 189).

Til sidst hopper vi 11 gange fra pt.11 ned til 121.
Fra pt.13 hopper vi 13 gange ned til 143.
Fra pt.17 hopper vi 17 gange ned til 187.
Fra pt.19 hopper vi 19 gange ned til 209!
Når eleven til slut har overstreget alle de førnævnte tal (altså ikke primtal), vil de resterende tal være primtal.
(Der skal være: 46 pt. i alt fra 2-199: 4 pt. under 10, 25 pt. under 100, 46 pt. under 200).